

1. Znajdź wszystkie automorfizmy wewnętrzne grupy  $\mathbf{H}_n$ .
2. Niech  $G_1$  oznacza grupę automorfizmów postaci  $(p, q, r) \rightarrow (S(p, q), r)$ , gdzie  $S$  jest przekształceniem liniowym zachowującym formę symplektyczną. Niech  $G_2$  oznacza grupę automorfizmów wewnętrznych. Niech  $G_3$  oznacza grupę dylatacji  $(p, q, r) \rightarrow (tp, tq, t^2r)$ , gdzie  $t > 0$ . Niech wreszcie  $G_4$  oznacza grupę inwersji grupy  $\mathbf{H}_n$  generowaną przez automorfizm  $(p, q, r) \rightarrow (p, q, -r)$ . Pokaż, że każdy automorfizm  $\alpha$  grupy  $\mathbf{H}_n$  przedstawia się jednoznacznie w postaci  $\alpha = g_1g_2g_3g_4$ , gdzie  $g_j \in G_j$ .
3. Niech  $G$  oznacza podgrupę grupy  $\mathbf{H}_n$  złożoną z elementów postaci  $(p, 0, 0)$ , a  $H$  podgrupę elementów postaci  $(0, q, r)$ . Zauważ, że  $H$  jest podgrupą normalną i  $\mathbf{H}_n = G \cdot H$  przy jednoznacznym przedstawieniu każdego elementu  $x = gh$ . Przy porządkujmy elementowi  $x = (p, 0, 0)(0, q, r)$  współrzędne  $(p, q, r)$ . Zapisz mnożenie w grupie w tych współrzędnych. Co otrzymamy biorąc  $G = \{(0, q, 0)\}_{q \in \mathbf{R}^n}$  i  $H = \{(p, 0, r)\}_{p \in \mathbf{R}^n, r \in \mathbf{R}}$ ?