

8. Rozwiązywanie równań i nierówności kwadratowych oraz prostych nierówności zawierających funkcje: wartość bezwzględna, logarytmiczna, potęgowa.

7 lutego 2009 r.

114. Rozwiązać równania i nierówności

a) $x^2 - 103x + 300 = 0$

b) $3x < \sqrt{x^2 + 8}$

c) $\sqrt{x^7 + x + 7} = 3$

d) $x^4 - 5x^2 + 4 < 0$

e) $(x^2 + x + 1)^{3x} > (x^2 + x + 1)^{x+1}$

f) $\log_{2x}(x^2 + 1) \leq \log_{2x}(x^2 + 3x)$

g) $\log_2 x + \log_x 4 < 3$

h) $|||||x| - 1| - 1| - 1| - 1| - 1| = \frac{x}{2}$

i) $|x^2 - 17| = 8$

j) $|x - 1| + |x| + |x + 1| > x^2 + \frac{20}{9}$

115. Wyznaczyć wszystkie takie pary liczb rzeczywistych p, q , że p i q są pierwiastkami równania

$$x^2 + px + q = 0.$$

Sposób I

Liczbę p i q są pierwiastkami podanego równania wtedy i tylko wtedy, gdy zachodzi tożsamość

$$x^2 + px + q = (x - p)(x - q).$$

.....
 przeprowadź odpowiednie rachunki

Sposób II

Liczbę p i q są pierwiastkami podanego równania wtedy i tylko wtedy, gdy

$$p^2 + p^2 + q = 0$$

oraz

$$q^2 + pq + q = 0.$$

.....
 przeprowadź odpowiednie rachunki

9. Funkcje trygonometryczne. Elementy geometrii: twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie cosinusów, twierdzenie o kącie wpisanym i środkowym, okrąg wpisany i opisany na wielokącie, wielokąty foremne (wstęp).

116. W trapezie o wysokości 12 ramiona mają długości 15 i 20, a jedna z podstaw ma długość 50. Jaka jest długość drugiej podstawy?

117. Uporządkować niemalejąco następujące liczby: $\sin 18^\circ$, $\sin 36^\circ$, $\sin 72^\circ$, $\sin 144^\circ$, $\cos 18^\circ$, $\cos 36^\circ$, $\cos 72^\circ$, $\cos 144^\circ$.

118. Niech $0 < a \leq b \leq c$. Dokończyć i uzasadnić:

- a) Z odcinków o długościach a , b , c można zbudować trójkąt wtedy i tylko wtedy, gdy ...
- b) Z odcinków o długościach a , b , c można zbudować trójkąt prostokątny wtedy i tylko wtedy, gdy ...
- c) Z odcinków o długościach a , b , c można zbudować trójkąt rozwartokątny wtedy i tylko wtedy, gdy ...
- d) Z odcinków o długościach a , b , c można zbudować trójkąt ostrokątny wtedy i tylko wtedy, gdy ...
- e) Z odcinków o długościach a , b , c można zbudować trójkąt o jednym z kątów mającym miarę 120° wtedy i tylko wtedy, gdy ...
- f) Z odcinków o długościach a , b , c można zbudować trójkąt o jednym z kątów mającym miarę 60° wtedy i tylko wtedy, gdy ...

119. W trójkącie ABC kąt przy wierzchołku A ma miarę 30° , a boki AC i BC mają długości odpowiednio $\sqrt{3}$ oraz 1. Wyznaczyć długość boku AB .

120. Środek okręgu opisanego na trójkącie leży na prostej przechodzącej przez jeden z jego wierzchołków i środek przeciwległego boku wtedy i tylko wtedy, gdy trójkąt jest ...

<http://www.math.uni.wroc.pl/mdm/>