

9. Funkcje trygonometryczne. Elementy geometrii: twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie cosinusów, twierdzenie o kącie wpisanym i środkowym, okrąg wpisany i opisany na wielokącie, wielokąty foremne (c.d).

21 lutego 2009 r.

121. Mając narysowany okrąg i jego środek, skonstruować kąt prosty przy użyciu samej linijki.

122. Punkt O jest środkiem okręgu wpisanego w trójkąt ABC . Wiadomo, że

$$\sphericalangle AOB = \sphericalangle ACB + 60^\circ.$$

Wyznaczyć miarę kąta ACB .

123. To samo pytanie, gdy O jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie ABC .

124. Poniższe warunki dotyczą czworokąta wypukłego. Połączyć je w pary warunków równoważnych.

- a) w czworokąt można wpisać okrąg
- b) na czworokącie można opisać okrąg
- c) czworokąt jest równoległobokiem
- d) czworokąt jest rombem
- e) czworokąt jest prostokątem
- f) sumy miar przeciwległych kątów są równe
- g) sumy długości przeciwległych boków są równe
- h) sumy kwadratów długości przeciwległych boków są równe
- i) przekątne są równej długości i dzielą się na połowy
- j) przekątne są prostopadłe i dzielą się na połowy
- k) przekątne są prostopadłe
- l) przekątne dzielą się na połowy

125. Czy istnieje czworokąt, którego boki mają długości (w podanej kolejności)

- a) 1, 3, 10, 15
- b) 2, 4, 10, 15
- c) 3, 27, 10, 15
- d) 4, 30, 10, 15

126. Wyznaczyć położenie punktów styczności okręgu wpisanego w trójkąt o bokach 3, 4, 5 do boków tego trójkąta.

127. Trzy kolejne boki wielokąta opisanego na okręgu mają długości a , b , c (z zachowaniem kolejności). Jaki warunek muszą spełniać a , b , c , aby było to możliwe?

128. Na okręgu opisano pięciokąt o bokach 3, 4, 5, 6, 7 (w tej kolejności). Wyznaczyć położenie punktów styczności okręgu do boków pięciokąta.

129. Pięć kolejnych boków wielokąta opisanego na okręgu ma długości a , b , c , d , e (z zachowaniem kolejności). Wykazać, że wówczas

$$b + d < a + c + e.$$

130. Wykazać, że dla sześciokąta o bokach a , b , c , d , e , f (z zachowaniem kolejności) równość

$$a + c + e = b + d + f$$

jest warunkiem (koniecznym/dostatecznym)¹ na to, aby w sześciokąt można było wpisać okrąg. Pokazać na przykładzie, że nie jest to warunek (konieczny/dostateczny)¹.

131. Podać 4 przykłady parami niepodobnych trójkątów równoramiennych, z których każdy można podzielić na dwa trójkąty równoramienne.

132. Dla których liczb naturalnych $n \geq 3$ poniższe zdanie jest prawdziwe

- a) Dowolny n -kąt wpisany w okrąg i mający wszystkie boki równej długości jest foremny.
- b) Dowolny n -kąt wpisany w okrąg i mający wszystkie kąty równej miary jest foremny.
- c) Dowolny n -kąt opisany na okręgu i mający wszystkie boki równej długości jest foremny.
- d) Dowolny n -kąt opisany na okręgu i mający wszystkie kąty równej miary jest foremny.

<http://www.math.uni.wroc.pl/mdm/>

¹niepotrzebne skreślić