Wersja testu **A** 29 września 2012

1. Czy istnieje liczba naturalna zapisana w systemie dziesiętnym za pomocą samych dwójek, podzielna przez

a) 3;

b) 4;

c) 5;

d) 9?

2. Czy prawdziwa jest nierówność

a) $2^{555} < 3^{333}$;

b) $2^{567} < 3^{321}$;

c) $2^{321} < 3^{234}$;

d) $2^{333} < 3^{222}$?

3. Czy w podanym zbiorze trójkątów istnieją trójkąty o dowolnie dużym polu

a) zbiór trójkątów opisanych na okręgu o promieniu 1;

b) zbiór trójkątów wpisanych w okrąg o promieniu 1;

c) zbiór trójkątów o jednym z boków długości 1;

d) zbiór trójkątów o obwodzie 1?

4. Czy w podanym zbiorze czworokątów istnieją czworokąty o dowolnie małym polu

a) zbiór prostokątów o przekątnych długości 1;

b) zbiór rombów o bokach długości 1;

c) zbiór czworokątów wypukłych o obwodzie 1;

d) zbiór czworokątów opisanych na okręgu o promieniu 1?

5. Czy każda liczba naturalna podzielna przez 60 jest podzielna przez

a) 20;

b) 120;

c) 40;

d) 300?

6. Czy nierówność $x^{2013} < x^{2015}$ jest prawdziwa dla

a) $x = -2$;

b) $x = -1/2$;

c) $x = 2$;

d) $x = 1/2$?

7. Czy podane równanie ma co najmniej jedno rozwiązanie rzeczywiste x

a) $x^2 + 5x + 6 = 0$;

b) $x^2 - 5x + 6 = 0$;

c) $x^2 + 5x - 7 = 0$;

d) $x^2 - 5x + 7 = 0$?

8. Czy w sześcianie o krawędzi 1 istnieją dwa wierzchołki odległe o

a) 2 ;

b) $\sqrt{3}$;

c) $\sqrt{2}$;

d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$?

9. Czy każdy trójkąt ma co najmniej jeden kąt o mierze

a) większej od 63° ;

b) mniejszej od 66° ;

c) mniejszej od 60° ;

d) większej od 57° ?

10. Na każdej z k kartek napisano jedną z liczb $1,2,3,\ldots,n$. Czy stąd wynika, że istnieje n kartek, na których napisano tę samą liczbę, jeżeli

a) $k = 8, \ \ n = 60$;

b) $k = 7, \ \ n = 50$;

c) $k = 5, \ \ n = 21$;

d) $k = 6, \ \ n = 30$?

11. Czy liczba n^n jest podzielna przez 2^{100}, jeżeli

a) $n=123$;

b) $n=32$;

c) $n=52$;

d) $n=82$?

12. Czy nierówność $\sin\alpha < \sin(3\alpha)$ jest prawdziwa dla

a) $\alpha=45^\circ$;

b) $\alpha=48^\circ$;

c) $\alpha=54^\circ$;

d) $\alpha=36^\circ$?

13. Czy funkcja f określona wzorem $f(x)=x^4-18x^2+81$ jest monotoniczna na przedziale

a) $(-3,-1)$;

b) $(2,5)$;

c) $(-4,-2)$;

d) $(-2,1)$?

14. Czy podane liczby tworzą (z zachowaniem kolejności) trójwyrazowy ciąg geometryczny

a) 6^4, 24^6, 48^9;

b) 4^{10}, 6^{11}, 9^{12};

c) 6^4, 24^6, 48^8;

d) 4^4, 6^6, 9^9?

15. Czy liczba przekątnych w n-kącie foremnym jest podzielna przez 5, jeżeli

a) $n=105$;

b) $n=108$;

c) $n=106$;

d) $n=107$?

16. Czy równość $\binom{n}{k} = \binom{n}{k+7}$ jest prawdziwa dla

a) $n=49,\ \ k=21$;

b) $n=27,\ \ k=10$;

c) $n=21,\ \ k=8$;

d) $n=38,\ \ k=15$?

17. Czy liczba $n!$ jest podzielna przez n^3, jeżeli

a) $n=35$;

b) $n=38$;

c) $n=39$;

d) $n=37$?

18. Czy istnieje taka liczba rzeczywista $x>2012$, że

a) $x^2>2012^{2012}$;

b) $\log_2 x>2012$;

c) $2012x^2>x^3+2012$;

d) $2^x>x^{2012}$?

19. W turnieju wzięło udział 15 szachistów. Żadnych dwóch nie rozegrało ze sobą więcej niż jednej partii szachów. Czy jest możliwe, aby w czasie turnieju każdy z zawodników rozegrał

a) dokładnie 9 partii;

b) dokładnie 7 partii;

c) dokładnie 6 partii;

d) dokładnie 5 partii?

20. Niech $x=n^n$ oraz $y=n^{n^n}=n^{(n^n)}$ (potęgowanie wykonujemy **od góry**). Czy równość $\log_x y=n^k$ jest prawdziwa, jeżeli

a) $n=7,\ \ k=6$;

b) $n=8,\ \ k=6$;

c) $n=9,\ \ k=9$;

d) $n=10,\ \ k=9$?

21. liczby rzeczywiste x, y spełniają warunek

$$2x-4<y<x+1\,.$$

Czy stąd wynika, że

a) $y<5$;

b) $x+y<10$;

c) $x<7$;

d) $xy<30$?

22. Czy dla dowolnej liczby całkowitej dodatniej n prawdziwa jest nierówność

a) $\frac{1}{4}+\frac{1}{16}+\frac{1}{64}+\frac{1}{256}+\ldots+\frac{1}{4^n}<\frac{1}{3}$;

b) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\ldots+\frac{1}{2^n}<\frac{23}{24}$;

c) $\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{27}+\frac{1}{81}+\ldots+\frac{1}{3^n}<\frac{13}{24}$;

d) $\frac{1}{5}+\frac{1}{25}+\frac{1}{125}+\frac{1}{625}+\ldots+\frac{1}{5^n}<\frac{1}{6}$?

23. Niech $W(n)$ będzie liczbą wierzchołków n-ścianu foremnego. Czy wtedy

a) $W(20)=12$;

b) $W(8)=6$;

c) $W(4)=4$;

d) $W(12)=10$?

24. Niech $a=\sqrt{17}+4$ oraz $b=\sqrt{17}-4$. Czy $\log_a b=\log_c d$, jeżeli

a) $c=\sqrt{26}-5,\ \ d=\sqrt{26}+5$;

b) $c=5+2\sqrt{6},\ \ d=5-2\sqrt{6}$;

c) $c=5+\sqrt{23},\ \ d=5-\sqrt{23}$;

d) $c=\sqrt{26}+5,\ \ d=\sqrt{26}-5$?

25. Czy $\log_a 3 < \log_2 3$, jeżeli

a) $a = 5 \cdot \log_5 2$;

b) $a = 4 \cdot \log_5 2$;

c) $a = 2 \cdot \log_5 2$;

d) $a = 3 \cdot \log_5 2$?

26. Rzucamy dwoma kostkami do gry. Niech $P(n)$ będzie prawdopodobieństwem, że iloczyn liczb oczek wyrzuconych na poszczególnych kostkach jest równy n. Czy wtedy

a) $P(9) = 1/12$;

b) $P(6) = 1/9$;

c) $P(4) = 1/12$;

d) $P(8) = 1/18$?

27. Dla dowolnej liczby całkowitej dodatniej n, jeżeli liczba n^2 jest podzielna przez d, to liczba n jest podzielna przez d.
Czy powyższe zdanie jest prawdziwe, jeżeli

a) $d = 7$;

b) $d = 8$;

c) $d = 10$;

d) $d = 9$?

28. Dla dowolnej liczby całkowitej dodatniej n, jeżeli liczba n^3 jest podzielna przez d, to liczba n^2 jest podzielna przez d.
Czy powyższe zdanie jest prawdziwe, jeżeli

a) $d = 48$;

b) $d = 12$;

c) $d = 24$;

d) $d = 8$?

29. Czy obwód kwadratu i okrąg na płaszczyźnie mogą mieć dokładnie

a) 7 punktów wspólnych ;

b) 5 punktów wspólnych ;

c) 9 punktów wspólnych ;

d) 3 punkty wspólne ?

30. Czy istnieje taka liczba naturalna n podzielna przez 3000, że liczba $n+6$ jest podzielna przez

a) 3028 ;

b) 3009 ;

c) 3014 ;

d) 3007 ?