Test kwalifikacyjny Wersja testu **A** 30 września 2014 r.

1. Dla podanej liczby p podać liczbę q o następującej własności: Jeżeli cena szczawiu najpierw wzrosła o $p\%$, a następnie zmalała o $p\%$, to w następstwie obu tych zmian zmalała o $q\%$.

a) $p=10, \quad q=\mathbf{1}$

b) $p=20, \quad q=\mathbf{4}$

c) $p=30, \quad q=\mathbf{9}$

d) $p=50, \quad q=\mathbf{25}$

2. Dla podanej liczby p podać liczbę q o następującej własności: Jeżeli długości boków kwadratu zwiększymy o $p\%$, to jego pole zwiększy się o $q\%$.

a) $p=200, \quad q=\mathbf{800}$

b) $p=100, \quad q=\mathbf{300}$

c) $p=50, \quad q=\mathbf{125}$

d) $p=10, \quad q=\mathbf{21}$

3. Dla podanej miary kąta α podać zbiór wszystkich miar kąta β o następującej własności: Istnieje nierównoboczny trójkąt równoramienny, którego każdy kąt ma miarę α lub β.

a) $\alpha=40^\circ, \qquad \beta\in\{\mathbf{70^\circ}, \mathbf{100^\circ}\}$

b) $\alpha=10^\circ, \qquad \beta\in\{\mathbf{85^\circ}, \mathbf{160^\circ}\}$

c) $\alpha=100^\circ, \qquad \beta\in\{\mathbf{40^\circ}\}$

d) $\alpha=80^\circ, \qquad \beta\in\{\mathbf{20^\circ}, \mathbf{50^\circ}\}$

4. Dla podanej liczby k podać taką liczbę całkowitą dodatnią n, że $k=2^{2^n}$.
Uwaga: Zgodnie z obowiązującą konwencją, w napisie typu a^{b^c} potęgowanie wykonuje się *od góry*, tzn. $a^{b^c}=a^{(b^c)}$.

a) $k=16^{32^{100}}$, $n=\mathbf{502}$

b) $k=4^{4^{100}}$, $n=\mathbf{201}$

c) $k=4^{8^{100}}$, $n=\mathbf{301}$

d) $k=16^{16^{100}}$, $n=\mathbf{402}$

5. Dla podanych a, b zapisać w postaci przedziału obustronnie otwartego zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych c, że istnieje trójkąt o bokach długości a, b, c.

a) $a=10$, $b=20$, $c\in\mathbf{(10,30)}$

b) $a=30$, $b=22$, $c\in\mathbf{(8,52)}$

c) $a=20$, $b=21$, $c\in\mathbf{(1,41)}$

d) $a=40$, $b=23$, $c\in\mathbf{(17,63)}$

6. Dla podanych miar kąta α i β podać takie miary kątów γ i δ, że na każdym czworokącie o kątach wewnętrznych α, β, γ i δ (w tej właśnie kolejności) można opisać okrąg.

a) $\alpha = 81°$, $\beta = 9°$, $\gamma = \mathbf{99}°$, $\delta = \mathbf{171}°$

b) $\alpha = 9°$, $\beta = 45°$, $\gamma = \mathbf{171}°$, $\delta = \mathbf{135}°$

c) $\alpha = 1°$, $\beta = 60°$, $\gamma = \mathbf{179}°$, $\delta = \mathbf{120}°$

d) $\alpha = 3°$, $\beta = 50°$, $\gamma = \mathbf{177}°$, $\delta = \mathbf{130}°$

7. Dla podanej liczby n podać największą taką liczbę całkowitą dodatnią k, że liczba n jest podzielna przez 2^k.

a) $n = 4^{15} \cdot 2^{25}$, $k = \mathbf{55}$

b) $n = 6^{40} \cdot 4^{15}$, $k = \mathbf{70}$

c) $n = 10^{70} \cdot 8^{20}$, $k = \mathbf{130}$

d) $n = 8^{20} \cdot 6^{50}$, $k = \mathbf{110}$

8. Dla podanej liczby n podać największą taką liczbę całkowitą dodatnią k, że liczba n jest podzielna przez 2^k.

a) $n = 10^{70} + 8^{20}$, $k = \mathbf{60}$

b) $n = 8^{20} + 6^{50}$, $k = \mathbf{50}$

c) $n = 6^{40} + 4^{15}$, $k = \mathbf{30}$

d) $n = 4^{15} + 2^{25}$, $k = \mathbf{25}$

9. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $\sqrt{x^2-2x+1}>7$, $(-\infty, -\mathbf{6})\cup(\mathbf{8}, +\infty)$

b) $\sqrt{x^2+2x+1}<3$, $(-\mathbf{4}, \mathbf{2})$

c) $\sqrt{x^2}<1$, $(-\mathbf{1}, \mathbf{1})$

d) $\sqrt{x^2+4x+4}>5$, $(-\infty, -\mathbf{7})\cup(\mathbf{3}, +\infty)$

10. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $\log_6 x>-2$, $(\mathbf{1/36}, +\infty)$

b) $\log_2 x>5$, $(\mathbf{32}, +\infty)$

c) $\log_5 x<2$, $(\mathbf{0}, \mathbf{25})$

d) $\log_3 x<-3$, $(\mathbf{0}, \mathbf{1/27})$

11. Dla podanej liczby x podać liczbę całkowitą n, dla której prawdziwe są nierówności $n<\frac{1}{x}<n+1$.

a) $x=\sqrt{86}-\sqrt{83}$, $n=\mathbf{6}$

b) $x=\sqrt{10}-3$, $n=\mathbf{6}$

c) $x=\sqrt{23}-\sqrt{21}$, $n=\mathbf{4}$

d) $x=\sqrt{35}-6$, $n=\mathbf{-12}$

12. Dla podanej miary kąta β podać dodatnią miarę kąta $\alpha < 90°$, dla której zachodzi równość $\cos\alpha = \sin(\alpha+\beta)$.

a) $\beta = 20°$, $\alpha = \mathbf{35°}$

b) $\beta = 30°$, $\alpha = \mathbf{30°}$

c) $\beta = 60°$, $\alpha = \mathbf{15°}$

d) $\beta = 10°$, $\alpha = \mathbf{40°}$

13. Liczbę całkowitą dodatnią p nazwiemy *dobrą*, jeżeli liczba 666! (666 silnia) ma dzielnik, który stanowi jej $p\%$. Dla podanej liczby q podać najmniejszą *dobrą* liczbę p większą od q.

a) $q = 32$, $p = \mathbf{50}$

b) $q = 65$, $p = \mathbf{100}$

c) $q = 22$, $p = \mathbf{25}$

d) $q = 55$, $p = \mathbf{100}$

14. Zapisać rozwiązanie x podanego równania w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego.

a) $\log_2 x = 3 + \log_2 11$, $x = \mathbf{88}$

b) $\log_2 x = 1 + \log_2 25$, $x = \mathbf{50}$

c) $\log_3 x = 2 + \log_3 11$, $x = \mathbf{99}$

d) $\log_3 x = 1 + \log_3 15$, $x = \mathbf{45}$

15. Podać najmniejszą wartość funkcji $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ zdefiniowanej podanym wzorem.

a) $f(x)=x^4+2x^2+2$, **2**

b) $f(x)=x^{10}+4x^5+7$, **3**

c) $f(x)=x^6+2x^3+2$, **1**

d) $f(x)=x^8+4x^4+7$, **7**

16. Dany jest taki 11-wyrazowy ciąg geometryczny $a_1,a_2,a_3,\dots,a_{11}$, że $a_1+a_2=a_3$. Dla podanych m,n wskazać takie k, że $a_m+a_n=a_k$.

a) $m=5$, $n=6$, $k=$ **7**

b) $m=3$, $n=4$, $k=$ **5**

c) $m=2$, $n=3$, $k=$ **4**

d) $m=4$, $n=5$, $k=$ **6**

17. Dla podanej trójki miar kątów α,β,γ podać najmniejszą liczbę naturalną $n\geqslant 3$ taką, że pewne trzy wierzchołki n-kąta foremnego są wierzchołkami trójkąta o kątach α,β,γ.

a) $\alpha=40^\circ$, $\beta=60^\circ$, $\gamma=80^\circ$, $n=$ **9**

b) $\alpha=20^\circ$, $\beta=50^\circ$, $\gamma=110^\circ$, $n=$ **18**

c) $\alpha=45^\circ$, $\beta=63^\circ$, $\gamma=72^\circ$, $n=$ **20**

d) $\alpha=36^\circ$, $\beta=72^\circ$, $\gamma=72^\circ$, $n=$ **5**

18. Dla podanej liczby k podać taką liczbę naturalną $n \geqslant k+3$, że $\binom{n}{k}+\binom{n}{k+3}=\binom{n+1}{k+3}$.

a) $k=1000$, $n=\mathbf{2002}$

b) $k=200$, $n=\mathbf{402}$

c) $k=2014$, $n=\mathbf{4030}$

d) $k=50$, $n=\mathbf{102}$

19. Rozważamy liczbę $n=1234567891011121314\ldots697071$ powstałą z połączenia zapisów dziesiętnych kolejnych liczb od 1 do 71. Dla podanej liczby d podać resztę r z dzielenia liczby n przez d.

a) $d=15$, $r=\mathbf{6}$

b) $d=6$, $r=\mathbf{3}$

c) $d=4$, $r=\mathbf{3}$

d) $d=3$, $r=\mathbf{0}$

20. Dla podanych h_a, h_b zapisać w postaci przedziału obustronnie otwartego zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych h_c, że istnieje trójkąt o wysokościach długości h_a, h_b, h_c.

a) $h_a=2$, $h_b=2$, $h_c \in \mathbf{(1,+\infty)}$

b) $h_a=10$, $h_b=15$, $h_c \in \mathbf{(6,30)}$

c) $h_a=3$, $h_b=6$, $h_c \in \mathbf{(2,6)}$

d) $h_a=4$, $h_b=12$, $h_c \in \mathbf{(3,6)}$

Test kwalifikacyjny Wersja testu **B** 30 września 2014 r.

1. Dla podanej liczby p podać liczbę q o następującej własności: Jeżeli cena szczawiu najpierw wzrosła o $p\%$, a następnie zmalała o $p\%$, to w następstwie obu tych zmian zmalała o $q\%$.

a) $p=30, \quad q=\mathbf{9}$

b) $p=20, \quad q=\mathbf{4}$

c) $p=10, \quad q=\mathbf{1}$

d) $p=50, \quad q=\mathbf{25}$

2. Dla podanej liczby p podać liczbę q o następującej własności: Jeżeli długości boków kwadratu zwiększymy o $p\%$, to jego pole zwiększy się o $q\%$.

a) $p=10, \quad q=\mathbf{21}$

b) $p=50, \quad q=\mathbf{125}$

c) $p=200, \quad q=\mathbf{800}$

d) $p=100, \quad q=\mathbf{300}$

3. Dla podanej miary kąta α podać zbiór wszystkich miar kąta β o następującej własności: Istnieje nierównoboczny trójkąt równoramienny, którego każdy kąt ma miarę α lub β.

a) $\alpha=100^\circ, \qquad \beta\in\{\mathbf{40^\circ}\}$

b) $\alpha=40^\circ, \qquad \beta\in\{\mathbf{70^\circ}, \mathbf{100^\circ}\}$

c) $\alpha=10^\circ, \qquad \beta\in\{\mathbf{85^\circ}, \mathbf{160^\circ}\}$

d) $\alpha=80^\circ, \qquad \beta\in\{\mathbf{20^\circ}, \mathbf{50^\circ}\}$

4. Dla podanej liczby k podać taką liczbę całkowitą dodatnią n, że $k=2^{2^n}$.
Uwaga: Zgodnie z obowiązującą konwencją, w napisie typu a^{b^c} potęgowanie wykonuje się *od góry*, tzn. $a^{b^c}=a^{(b^c)}$.

a) $k=16^{32^{100}}$, $n=\mathbf{502}$

b) $k=16^{16^{100}}$, $n=\mathbf{402}$

c) $k=4^{8^{100}}$, $n=\mathbf{301}$

d) $k=4^{4^{100}}$, $n=\mathbf{201}$

5. Dla podanych a, b zapisać w postaci przedziału obustronnie otwartego zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych c, że istnieje trójkąt o bokach długości a, b, c.

a) $a=40$, $b=23$, $c\in\mathbf{(17,63)}$

b) $a=30$, $b=22$, $c\in\mathbf{(8,52)}$

c) $a=20$, $b=21$, $c\in\mathbf{(1,41)}$

d) $a=10$, $b=20$, $c\in\mathbf{(10,30)}$

6. Dla podanych miar kąta α i β podać takie miary kątów γ i δ, że na każdym czworokącie o kątach wewnętrznych α, β, γ i δ (w tej właśnie kolejności) można opisać okrąg.

a) $\alpha=9°$, $\beta=45°$, $\gamma=\mathbf{171}°$, $\delta=\mathbf{135}°$

b) $\alpha=3°$, $\beta=50°$, $\gamma=\mathbf{177}°$, $\delta=\mathbf{130}°$

c) $\alpha=81°$, $\beta=9°$, $\gamma=\mathbf{99}°$, $\delta=\mathbf{171}°$

d) $\alpha=1°$, $\beta=60°$, $\gamma=\mathbf{179}°$, $\delta=\mathbf{120}°$

7. Dla podanej liczby n podać największą taką liczbę całkowitą dodatnią k, że liczba n jest podzielna przez 2^k.

a) $n=4^{15}\cdot 2^{25}$, $k=\mathbf{55}$

b) $n=6^{40}\cdot 4^{15}$, $k=\mathbf{70}$

c) $n=8^{20}\cdot 6^{50}$, $k=\mathbf{110}$

d) $n=10^{70}\cdot 8^{20}$, $k=\mathbf{130}$

8. Dla podanej liczby n podać największą taką liczbę całkowitą dodatnią k, że liczba n jest podzielna przez 2^k.

a) $n=4^{15}+2^{25}$, $k=\mathbf{25}$

b) $n=8^{20}+6^{50}$, $k=\mathbf{50}$

c) $n=6^{40}+4^{15}$, $k=\mathbf{30}$

d) $n=10^{70}+8^{20}$, $k=\mathbf{60}$

9. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $\sqrt{x^2+2x+1}<3$, $\quad (\mathbf{-4},\mathbf{2})$

b) $\sqrt{x^2+4x+4}>5$, $\quad (-\infty,\mathbf{-7})\cup(\mathbf{3},+\infty)$

c) $\sqrt{x^2}<1$, $\quad (\mathbf{-1},\mathbf{1})$

d) $\sqrt{x^2-2x+1}>7$, $\quad (-\infty,\mathbf{-6})\cup(\mathbf{8},+\infty)$

10. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $\log_3 x<-3$, $\quad (\mathbf{0},\mathbf{1/27})$

b) $\log_6 x>-2$, $\quad (\mathbf{1/36},+\infty)$

c) $\log_2 x>5$, $\quad (\mathbf{32},+\infty)$

d) $\log_5 x<2$, $\quad (\mathbf{0},\mathbf{25})$

11. Dla podanej liczby x podać liczbę całkowitą n, dla której prawdziwe są nierówności $n<\dfrac{1}{x}<n+1$.

a) $x=\sqrt{35}-6$, $\quad n=\mathbf{-12}$

b) $x=\sqrt{86}-\sqrt{83}$, $\quad n=\mathbf{6}$

c) $x=\sqrt{23}-\sqrt{21}$, $\quad n=\mathbf{4}$

d) $x=\sqrt{10}-3$, $\quad n=\mathbf{6}$

12. Dla podanej miary kąta β podać dodatnią miarę kąta $\alpha < 90°$, dla której zachodzi równość $\cos\alpha = \sin(\alpha + \beta)$.

a) $\beta = 20°$, $\alpha = \mathbf{35°}$

b) $\beta = 30°$, $\alpha = \mathbf{30°}$

c) $\beta = 10°$, $\alpha = \mathbf{40°}$

d) $\beta = 60°$, $\alpha = \mathbf{15°}$

13. Liczbę całkowitą dodatnią p nazwiemy *dobrą*, jeżeli liczba 666! (666 silnia) ma dzielnik, który stanowi jej $p\%$. Dla podanej liczby q podać najmniejszą *dobrą* liczbę p większą od q.

a) $q = 65$, $p = \mathbf{100}$

b) $q = 32$, $p = \mathbf{50}$

c) $q = 55$, $p = \mathbf{100}$

d) $q = 22$, $p = \mathbf{25}$

14. Zapisać rozwiązanie x podanego równania w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego.

a) $\log_2 x = 1 + \log_2 25$, $x = \mathbf{50}$

b) $\log_2 x = 3 + \log_2 11$, $x = \mathbf{88}$

c) $\log_3 x = 2 + \log_3 11$, $x = \mathbf{99}$

d) $\log_3 x = 1 + \log_3 15$, $x = \mathbf{45}$

15. Podać najmniejszą wartość funkcji $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ zdefiniowanej podanym wzorem.

a) $f(x)=x^6+2x^3+2$, **1**

b) $f(x)=x^8+4x^4+7$, **7**

c) $f(x)=x^4+2x^2+2$, **2**

d) $f(x)=x^{10}+4x^5+7$, **3**

16. Dany jest taki 11-wyrazowy ciąg geometryczny $a_1,a_2,a_3,\dots,a_{11}$, że $a_1+a_2=a_3$. Dla podanych m,n wskazać takie k, że $a_m+a_n=a_k$.

a) $m=4$, $n=5$, $k=$ **6**

b) $m=5$, $n=6$, $k=$ **7**

c) $m=2$, $n=3$, $k=$ **4**

d) $m=3$, $n=4$, $k=$ **5**

17. Dla podanej trójki miar kątów α,β,γ podać najmniejszą liczbę naturalną $n\geqslant 3$ taką, że pewne trzy wierzchołki n-kąta foremnego są wierzchołkami trójkąta o kątach α,β,γ.

a) $\alpha=45^\circ$, $\beta=63^\circ$, $\gamma=72^\circ$, $n=$ **20**

b) $\alpha=20^\circ$, $\beta=50^\circ$, $\gamma=110^\circ$, $n=$ **18**

c) $\alpha=36^\circ$, $\beta=72^\circ$, $\gamma=72^\circ$, $n=$ **5**

d) $\alpha=40^\circ$, $\beta=60^\circ$, $\gamma=80^\circ$, $n=$ **9**

18. Dla podanej liczby k podać taką liczbę naturalną $n \geqslant k+3$, że $\binom{n}{k}+\binom{n}{k+3}=\binom{n+1}{k+3}$.

a) $k=200$, $n=\mathbf{402}$

b) $k=1000$, $n=\mathbf{2002}$

c) $k=2014$, $n=\mathbf{4030}$

d) $k=50$, $n=\mathbf{102}$

19. Rozważamy liczbę $n=1234567891011121314\ldots697071$ powstałą z połączenia zapisów dziesiętnych kolejnych liczb od 1 do 71. Dla podanej liczby d podać resztę r z dzielenia liczby n przez d.

a) $d=4$, $r=\mathbf{3}$

b) $d=3$, $r=\mathbf{0}$

c) $d=6$, $r=\mathbf{3}$

d) $d=15$, $r=\mathbf{6}$

20. Dla podanych h_a, h_b zapisać w postaci przedziału obustronnie otwartego zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych h_c, że istnieje trójkąt o wysokościach długości h_a, h_b, h_c.

a) $h_a=3$, $h_b=6$, $h_c\in\mathbf{(2,6)}$

b) $h_a=4$, $h_b=12$, $h_c\in\mathbf{(3,6)}$

c) $h_a=10$, $h_b=15$, $h_c\in\mathbf{(6,30)}$

d) $h_a=2$, $h_b=2$, $h_c\in\mathbf{(1,+\infty)}$

Test kwalifikacyjny Wersja testu **C** 30 września 2014 r.

1. Dla podanej liczby p podać liczbę q o następującej własności: Jeżeli cena szczawiu najpierw wzrosła o $p\%$, a następnie zmalała o $p\%$, to w następstwie obu tych zmian zmalała o $q\%$.

a) $p=30, \quad q=\mathbf{9}$

b) $p=10, \quad q=\mathbf{1}$

c) $p=50, \quad q=\mathbf{25}$

d) $p=20, \quad q=\mathbf{4}$

2. Dla podanej liczby p podać liczbę q o następującej własności: Jeżeli długości boków kwadratu zwiększymy o $p\%$, to jego pole zwiększy się o $q\%$.

a) $p=200, \quad q=\mathbf{800}$

b) $p=50, \quad q=\mathbf{125}$

c) $p=10, \quad q=\mathbf{21}$

d) $p=100, \quad q=\mathbf{300}$

3. Dla podanej miary kąta α podać zbiór wszystkich miar kąta β o następującej własności: Istnieje nierównoboczny trójkąt równoramienny, którego każdy kąt ma miarę α lub β.

a) $\alpha=10^\circ, \qquad \beta\in\{\mathbf{85^\circ}, \mathbf{160^\circ}\}$

b) $\alpha=40^\circ, \qquad \beta\in\{\mathbf{70^\circ}, \mathbf{100^\circ}\}$

c) $\alpha=100^\circ, \qquad \beta\in\{\mathbf{40^\circ}\}$

d) $\alpha=80^\circ, \qquad \beta\in\{\mathbf{20^\circ}, \mathbf{50^\circ}\}$

4. Dla podanej liczby k podać taką liczbę całkowitą dodatnią n, że $k=2^{2^n}$.
Uwaga: Zgodnie z obowiązującą konwencją, w napisie typu a^{b^c} potęgowanie wykonuje się *od góry*, tzn. $a^{b^c}=a^{(b^c)}$.

a) $k=16^{32^{100}}$, $n=\mathbf{502}$

b) $k=4^{8^{100}}$, $n=\mathbf{301}$

c) $k=16^{16^{100}}$, $n=\mathbf{402}$

d) $k=4^{4^{100}}$, $n=\mathbf{201}$

5. Dla podanych a, b zapisać w postaci przedziału obustronnie otwartego zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych c, że istnieje trójkąt o bokach długości a, b, c.

a) $a=20$, $b=21$, $c\in\mathbf{(1,41)}$

b) $a=10$, $b=20$, $c\in\mathbf{(10,30)}$

c) $a=40$, $b=23$, $c\in\mathbf{(17,63)}$

d) $a=30$, $b=22$, $c\in\mathbf{(8,52)}$

6. Dla podanych miar kąta α i β podać takie miary kątów γ i δ, że na każdym czworokącie o kątach wewnętrznych α, β, γ i δ (w tej właśnie kolejności) można opisać okrąg.

a) $\alpha=9^\circ$, $\beta=45^\circ$, $\gamma=\mathbf{171}^\circ$, $\delta=\mathbf{135}^\circ$

b) $\alpha=3^\circ$, $\beta=50^\circ$, $\gamma=\mathbf{177}^\circ$, $\delta=\mathbf{130}^\circ$

c) $\alpha=81^\circ$, $\beta=9^\circ$, $\gamma=\mathbf{99}^\circ$, $\delta=\mathbf{171}^\circ$

d) $\alpha=1^\circ$, $\beta=60^\circ$, $\gamma=\mathbf{179}^\circ$, $\delta=\mathbf{120}^\circ$

7. Dla podanej liczby n podać największą taką liczbę całkowitą dodatnią k, że liczba n jest podzielna przez 2^k.

a) $n=6^{40}\cdot 4^{15}$, $k=\mathbf{70}$

b) $n=8^{20}\cdot 6^{50}$, $k=\mathbf{110}$

c) $n=4^{15}\cdot 2^{25}$, $k=\mathbf{55}$

d) $n=10^{70}\cdot 8^{20}$, $k=\mathbf{130}$

8. Dla podanej liczby n podać największą taką liczbę całkowitą dodatnią k, że liczba n jest podzielna przez 2^k.

a) $n=10^{70}+8^{20}$, $k=\mathbf{60}$

b) $n=8^{20}+6^{50}$, $k=\mathbf{50}$

c) $n=6^{40}+4^{15}$, $k=\mathbf{30}$

d) $n=4^{15}+2^{25}$, $k=\mathbf{25}$

9. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $\sqrt{x^2+2x+1}<3$, $\quad(\mathbf{-4},\mathbf{2})$

b) $\sqrt{x^2-2x+1}>7$, $\quad(-\infty,\mathbf{-6})\cup(\mathbf{8},+\infty)$

c) $\sqrt{x^2}<1$, $\quad(\mathbf{-1},\mathbf{1})$

d) $\sqrt{x^2+4x+4}>5$, $\quad(-\infty,\mathbf{-7})\cup(\mathbf{3},+\infty)$

10. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $\log_5 x<2$, $\quad(\mathbf{0},\mathbf{25})$

b) $\log_6 x>-2$, $\quad(\mathbf{1/36},+\infty)$

c) $\log_2 x>5$, $\quad(\mathbf{32},+\infty)$

d) $\log_3 x<-3$, $\quad(\mathbf{0},\mathbf{1/27})$

11. Dla podanej liczby x podać liczbę całkowitą n, dla której prawdziwe są nierówności $n<\dfrac{1}{x}<n+1$.

a) $x=\sqrt{86}-\sqrt{83}$, $\quad n=\mathbf{6}$

b) $x=\sqrt{23}-\sqrt{21}$, $\quad n=\mathbf{4}$

c) $x=\sqrt{10}-3$, $\quad n=\mathbf{6}$

d) $x=\sqrt{35}-6$, $\quad n=\mathbf{-12}$

12. Dla podanej miary kąta β podać dodatnią miarę kąta $\alpha < 90°$, dla której zachodzi równość $\cos\alpha = \sin(\alpha+\beta)$.

a) $\beta = 30°$, $\alpha = \mathbf{30}°$

b) $\beta = 60°$, $\alpha = \mathbf{15}°$

c) $\beta = 10°$, $\alpha = \mathbf{40}°$

d) $\beta = 20°$, $\alpha = \mathbf{35}°$

13. Liczbę całkowitą dodatnią p nazwiemy *dobrą*, jeżeli liczba 666! (666 silnia) ma dzielnik, który stanowi jej p%. Dla podanej liczby q podać najmniejszą *dobrą* liczbę p większą od q.

a) $q = 22$, $p = \mathbf{25}$

b) $q = 55$, $p = \mathbf{100}$

c) $q = 32$, $p = \mathbf{50}$

d) $q = 65$, $p = \mathbf{100}$

14. Zapisać rozwiązanie x podanego równania w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego.

a) $\log_2 x = 3 + \log_2 11$, $x = \mathbf{88}$

b) $\log_3 x = 1 + \log_3 15$, $x = \mathbf{45}$

c) $\log_3 x = 2 + \log_3 11$, $x = \mathbf{99}$

d) $\log_2 x = 1 + \log_2 25$, $x = \mathbf{50}$

15. Podać najmniejszą wartość funkcji $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ zdefiniowanej podanym wzorem.

a) $f(x)=x^6+2x^3+2$, **1**

b) $f(x)=x^{10}+4x^5+7$, **3**

c) $f(x)=x^4+2x^2+2$, **2**

d) $f(x)=x^8+4x^4+7$, **7**

16. Dany jest taki 11-wyrazowy ciąg geometryczny $a_1,a_2,a_3,\ldots,a_{11}$, że $a_1+a_2=a_3$. Dla podanych m,n wskazać takie k, że $a_m+a_n=a_k$.

a) $m=4$, $n=5$, $k=$ **6**

b) $m=3$, $n=4$, $k=$ **5**

c) $m=5$, $n=6$, $k=$ **7**

d) $m=2$, $n=3$, $k=$ **4**

17. Dla podanej trójki miar kątów α,β,γ podać najmniejszą liczbę naturalną $n\geqslant 3$ taką, że pewne trzy wierzchołki n-kąta foremnego są wierzchołkami trójkąta o kątach α,β,γ.

a) $\alpha=36°$, $\beta=72°$, $\gamma=72°$, $n=$ **5**

b) $\alpha=45°$, $\beta=63°$, $\gamma=72°$, $n=$ **20**

c) $\alpha=40°$, $\beta=60°$, $\gamma=80°$, $n=$ **9**

d) $\alpha=20°$, $\beta=50°$, $\gamma=110°$, $n=$ **18**

18. Dla podanej liczby k podać taką liczbę naturalną $n \geqslant k+3$, że $\binom{n}{k}+\binom{n}{k+3}=\binom{n+1}{k+3}$.

a) $k=2014$, $n=\mathbf{4030}$

b) $k=1000$, $n=\mathbf{2002}$

c) $k=200$, $n=\mathbf{402}$

d) $k=50$, $n=\mathbf{102}$

19. Rozważamy liczbę $n=1234567891011121314\ldots697071$ powstałą z połączenia zapisów dziesiętnych kolejnych liczb od 1 do 71. Dla podanej liczby d podać resztę r z dzielenia liczby n przez d.

a) $d=6$, $r=\mathbf{3}$

b) $d=3$, $r=\mathbf{0}$

c) $d=15$, $r=\mathbf{6}$

d) $d=4$, $r=\mathbf{3}$

20. Dla podanych h_a, h_b zapisać w postaci przedziału obustronnie otwartego zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych h_c, że istnieje trójkąt o wysokościach długości h_a, h_b, h_c.

a) $h_a=4$, $h_b=12$, $h_c \in \mathbf{(3,6)}$

b) $h_a=10$, $h_b=15$, $h_c \in \mathbf{(6,30)}$

c) $h_a=3$, $h_b=6$, $h_c \in \mathbf{(2,6)}$

d) $h_a=2$, $h_b=2$, $h_c \in \mathbf{(1,+\infty)}$

Test kwalifikacyjny Wersja testu **D** 30 września 2014 r.

1. Dla podanej liczby p podać liczbę q o następującej własności: Jeżeli cena szczawiu najpierw wzrosła o $p\%$, a następnie zmalała o $p\%$, to w następstwie obu tych zmian zmalała o $q\%$.

a) $p=10,\quad q=\mathbf{1}$

b) $p=50,\quad q=\mathbf{25}$

c) $p=20,\quad q=\mathbf{4}$

d) $p=30,\quad q=\mathbf{9}$

2. Dla podanej liczby p podać liczbę q o następującej własności: Jeżeli długości boków kwadratu zwiększymy o $p\%$, to jego pole zwiększy się o $q\%$.

a) $p=200,\quad q=\mathbf{800}$

b) $p=10,\quad q=\mathbf{21}$

c) $p=100,\quad q=\mathbf{300}$

d) $p=50,\quad q=\mathbf{125}$

3. Dla podanej miary kąta α podać zbiór wszystkich miar kąta β o następującej własności: Istnieje nierównoboczny trójkąt równoramienny, którego każdy kąt ma miarę α lub β.

a) $\alpha=100^\circ,\qquad \beta\in\{\mathbf{40^\circ}\}$

b) $\alpha=40^\circ,\qquad \beta\in\{\mathbf{70^\circ},\mathbf{100^\circ}\}$

c) $\alpha=80^\circ,\qquad \beta\in\{\mathbf{20^\circ},\mathbf{50^\circ}\}$

d) $\alpha=10^\circ,\qquad \beta\in\{\mathbf{85^\circ},\mathbf{160^\circ}\}$

4. Dla podanej liczby k podać taką liczbę całkowitą dodatnią n, że $k=2^{2^n}$.
Uwaga: Zgodnie z obowiązującą konwencją, w napisie typu a^{b^c} potęgowanie wykonuje się *od góry*, tzn. $a^{b^c}=a^{(b^c)}$.

a) $k=16^{32^{100}}$, $n=\mathbf{502}$

b) $k=16^{16^{100}}$, $n=\mathbf{402}$

c) $k=4^{4^{100}}$, $n=\mathbf{201}$

d) $k=4^{8^{100}}$, $n=\mathbf{301}$

5. Dla podanych a, b zapisać w postaci przedziału obustronnie otwartego zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych c, że istnieje trójkąt o bokach długości a, b, c.

a) $a=20$, $b=21$, $c\in\mathbf{(1,41)}$

b) $a=10$, $b=20$, $c\in\mathbf{(10,30)}$

c) $a=30$, $b=22$, $c\in\mathbf{(8,52)}$

d) $a=40$, $b=23$, $c\in\mathbf{(17,63)}$

6. Dla podanych miar kąta α i β podać takie miary kątów γ i δ, że na każdym czworokącie o kątach wewnętrznych α, β, γ i δ (w tej właśnie kolejności) można opisać okrąg.

a) $\alpha = 9^\circ$, $\beta = 45^\circ$, $\gamma = \mathbf{171}^\circ$, $\delta = \mathbf{135}^\circ$

b) $\alpha = 3^\circ$, $\beta = 50^\circ$, $\gamma = \mathbf{177}^\circ$, $\delta = \mathbf{130}^\circ$

c) $\alpha = 81^\circ$, $\beta = 9^\circ$, $\gamma = \mathbf{99}^\circ$, $\delta = \mathbf{171}^\circ$

d) $\alpha = 1^\circ$, $\beta = 60^\circ$, $\gamma = \mathbf{179}^\circ$, $\delta = \mathbf{120}^\circ$

7. Dla podanej liczby n podać największą taką liczbę całkowitą dodatnią k, że liczba n jest podzielna przez 2^k.

a) $n = 10^{70} \cdot 8^{20}$, $k = \mathbf{130}$

b) $n = 6^{40} \cdot 4^{15}$, $k = \mathbf{70}$

c) $n = 8^{20} \cdot 6^{50}$, $k = \mathbf{110}$

d) $n = 4^{15} \cdot 2^{25}$, $k = \mathbf{55}$

8. Dla podanej liczby n podać największą taką liczbę całkowitą dodatnią k, że liczba n jest podzielna przez 2^k.

a) $n = 10^{70} + 8^{20}$, $k = \mathbf{60}$

b) $n = 8^{20} + 6^{50}$, $k = \mathbf{50}$

c) $n = 6^{40} + 4^{15}$, $k = \mathbf{30}$

d) $n = 4^{15} + 2^{25}$, $k = \mathbf{25}$

9. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $\sqrt{x^2-2x+1}>7$, $\quad(-\infty,-\mathbf{6})\cup(\mathbf{8},+\infty)$

b) $\sqrt{x^2}<1$, $\quad(-\mathbf{1},\mathbf{1})$

c) $\sqrt{x^2+2x+1}<3$, $\quad(-\mathbf{4},\mathbf{2})$

d) $\sqrt{x^2+4x+4}>5$, $\quad(-\infty,-\mathbf{7})\cup(\mathbf{3},+\infty)$

10. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $\log_3 x<-3$, $\quad(\mathbf{0},\mathbf{1/27})$

b) $\log_5 x<2$, $\quad(\mathbf{0},\mathbf{25})$

c) $\log_6 x>-2$, $\quad(\mathbf{1/36},+\infty)$

d) $\log_2 x>5$, $\quad(\mathbf{32},+\infty)$

11. Dla podanej liczby x podać liczbę całkowitą n, dla której prawdziwe są nierówności $n<\frac{1}{x}<n+1$.

a) $x=\sqrt{86}-\sqrt{83}$, $\quad n=\mathbf{6}$

b) $x=\sqrt{35}-6$, $\quad n=\mathbf{-12}$

c) $x=\sqrt{10}-3$, $\quad n=\mathbf{6}$

d) $x=\sqrt{23}-\sqrt{21}$, $\quad n=\mathbf{4}$

12. Dla podanej miary kąta β podać dodatnią miarę kąta $\alpha < 90°$, dla której zachodzi równość $\cos\alpha = \sin(\alpha + \beta)$.

a) $\beta = 60°$, $\alpha = \mathbf{15°}$

b) $\beta = 30°$, $\alpha = \mathbf{30°}$

c) $\beta = 20°$, $\alpha = \mathbf{35°}$

d) $\beta = 10°$, $\alpha = \mathbf{40°}$

13. Liczbę całkowitą dodatnią p nazwiemy *dobrą*, jeżeli liczba 666! (666 silnia) ma dzielnik, który stanowi jej p%. Dla podanej liczby q podać najmniejszą *dobrą* liczbę p większą od q.

a) $q = 55$, $p = \mathbf{100}$

b) $q = 32$, $p = \mathbf{50}$

c) $q = 65$, $p = \mathbf{100}$

d) $q = 22$, $p = \mathbf{25}$

14. Zapisać rozwiązanie x podanego równania w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego.

a) $\log_3 x = 2 + \log_3 11$, $x = \mathbf{99}$

b) $\log_3 x = 1 + \log_3 15$, $x = \mathbf{45}$

c) $\log_2 x = 1 + \log_2 25$, $x = \mathbf{50}$

d) $\log_2 x = 3 + \log_2 11$, $x = \mathbf{88}$

15. Podać najmniejszą wartość funkcji $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ zdefiniowanej podanym wzorem.

a) $f(x)=x^8+4x^4+7$, **7**

b) $f(x)=x^{10}+4x^5+7$, **3**

c) $f(x)=x^4+2x^2+2$, **2**

d) $f(x)=x^6+2x^3+2$, **1**

16. Dany jest taki 11-wyrazowy ciąg geometryczny $a_1,a_2,a_3,\ldots,a_{11}$, że $a_1+a_2=a_3$. Dla podanych m,n wskazać takie k, że $a_m+a_n=a_k$.

a) $m=2$, $n=3$, $k=$ **4**

b) $m=5$, $n=6$, $k=$ **7**

c) $m=4$, $n=5$, $k=$ **6**

d) $m=3$, $n=4$, $k=$ **5**

17. Dla podanej trójki miar kątów α,β,γ podać najmniejszą liczbę naturalną $n\geqslant 3$ taką, że pewne trzy wierzchołki n-kąta foremnego są wierzchołkami trójkąta o kątach α,β,γ.

a) $\alpha=20^\circ$, $\beta=50^\circ$, $\gamma=110^\circ$, $n=$ **18**

b) $\alpha=40^\circ$, $\beta=60^\circ$, $\gamma=80^\circ$, $n=$ **9**

c) $\alpha=45^\circ$, $\beta=63^\circ$, $\gamma=72^\circ$, $n=$ **20**

d) $\alpha=36^\circ$, $\beta=72^\circ$, $\gamma=72^\circ$, $n=$ **5**

18. Dla podanej liczby k podać taką liczbę naturalną $n \geqslant k+3$, że $\binom{n}{k}+\binom{n}{k+3}=\binom{n+1}{k+3}$.

a) $k=200$, $\quad n=\mathbf{402}$

b) $k=1000$, $\quad n=\mathbf{2002}$

c) $k=2014$, $\quad n=\mathbf{4030}$

d) $k=50$, $\quad n=\mathbf{102}$

19. Rozważamy liczbę $n=1234567891011121314\ldots697071$ powstałą z połączenia zapisów dziesiętnych kolejnych liczb od 1 do 71. Dla podanej liczby d podać resztę r z dzielenia liczby n przez d.

a) $d=3$, $\quad r=\mathbf{0}$

b) $d=15$, $\quad r=\mathbf{6}$

c) $d=6$, $\quad r=\mathbf{3}$

d) $d=4$, $\quad r=\mathbf{3}$

20. Dla podanych h_a, h_b zapisać w postaci przedziału obustronnie otwartego zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych h_c, że istnieje trójkąt o wysokościach długości h_a, h_b, h_c.

a) $h_a=3$, $\quad h_b=6$, $\quad h_c \in \mathbf{(2,6)}$

b) $h_a=4$, $\quad h_b=12$, $\quad h_c \in \mathbf{(3,6)}$

c) $h_a=2$, $\quad h_b=2$, $\quad h_c \in \mathbf{(1,+\infty)}$

d) $h_a=10$, $\quad h_b=15$, $\quad h_c \in \mathbf{(6,30)}$