

1. Dla podanej liczby p podać liczbę q o następującej własności: Jeżeli liczba dodatnia a jest większa od liczby dodatniej b o $p\%$, to liczba b jest mniejsza od liczby a o $q\%$.

a) $p = 25, \quad q = \mathbf{20}$

b) $p = 100, \quad q = \mathbf{50}$

c) $p = 150, \quad q = \mathbf{60}$

d) $p = 300, \quad q = \mathbf{75}$

2. Dla podanej liczby p podać liczbę q o następującej własności: Jeżeli w rosnącym postępie arytmetycznym trójwyrazowym a_1, a_2, a_3 o wyrazach dodatnich wyraz a_2 jest większy od a_1 o $p\%$, to wyraz a_3 jest większy od a_2 o $q\%$.

a) $p = 300, \quad q = \mathbf{75}$

b) $p = 150, \quad q = \mathbf{60}$

c) $p = 100, \quad q = \mathbf{50}$

d) $p = 25, \quad q = \mathbf{20}$

3. Dla podanego wyrażenia podać liczbę wymierną w , dla której wartość tego wyrażenia jest wymierna.

a) $w\sqrt{3} + \sqrt{(7 - 4\sqrt{3})^2}, \quad w = \mathbf{4}$

b) $w\sqrt{2} + \sqrt{(4 - 3\sqrt{2})^2}, \quad w = \mathbf{-3}$

c) $w\sqrt{2} + \sqrt{(7 - 5\sqrt{2})^2}, \quad w = \mathbf{-5}$

d) $w\sqrt{5} + \sqrt{(9 - 4\sqrt{5})^2}, \quad w = \mathbf{4}$

4. Podać największy wspólny dzielnik liczb.

a) $\text{NWD}(9000, 201500000000064) = \mathbf{72}$

b) $\text{NWD}(9000, 201500000000048) = \mathbf{8}$

c) $\text{NWD}(9000, 201500000000001) = \mathbf{9}$

d) $\text{NWD}(9000, 201500000000025) = \mathbf{75}$

5. Dla podanej liczby k podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego wartość liczby $\log_2 \log_4 2^{4^k}$.

Uwaga: Potęgowanie wykonuje się *od góry*, tzn. $a^{b^c} = a^{(b^c)}$.

a) $k = 4, \quad \mathbf{7}$

b) $k = 10, \quad \mathbf{19}$

c) $k = 5, \quad \mathbf{9}$

d) $k = 16, \quad \mathbf{31}$

6. Dla podanej liczby k podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego wartość liczby $\log_4 \log_2 4^{2^k}$.

Uwaga: Potęgowanie wykonuje się *od góry*, tzn. $a^{b^c} = a^{(b^c)}$.

a) $k = 16, \quad \mathbf{17/2}$

b) $k = 10, \quad \mathbf{11/2}$

c) $k = 4, \quad \mathbf{5/2}$

d) $k = 5, \quad \mathbf{3}$

7. Jeżeli pole powierzchni sfery S jest większe od pola powierzchni sfery T o $p\%$, to objętość kuli ograniczonej sferą S jest większa od objętości kuli ograniczonej sferą T o $q\%$. Dla podanej liczby p podać taką liczbę q , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

- a) $p = 300$, $q = \mathbf{700}$
- b) $p = 800$, $q = \mathbf{2600}$
- c) $p = 2400$, $q = \mathbf{12400}$
- d) $p = 1500$, $q = \mathbf{6300}$

8. Dla podanej liczby naturalnej n podać zbiór wszystkich liczb całkowitych $k \geq 10$ o następującej własności: Istnieje postęp arytmetyczny n -wyrazowy, w którym dokładnie k wyrazów jest całkowitych.

- a) $n = 36$, $k \in \{ \mathbf{12, 18, 36} \}$
- b) $n = 31$, $k \in \{ \mathbf{10, 11, 15, 16, 31} \}$
- c) $n = 28$, $k \in \{ \mathbf{10, 14, 28} \}$
- d) $n = 25$, $k \in \{ \mathbf{12, 13, 25} \}$

9. Dla podanej liczby naturalnej n podać zbiór wszystkich liczb całkowitych $k \geq 10$ o następującej własności: Istnieje postęp geometryczny n -wyrazowy o wyrazach dodatnich, w którym dokładnie k wyrazów jest wymiernych.

- a) $n = 36$, $k \in \{ \mathbf{12, 18, 36} \}$
- b) $n = 28$, $k \in \{ \mathbf{10, 14, 28} \}$
- c) $n = 25$, $k \in \{ \mathbf{12, 13, 25} \}$
- d) $n = 31$, $k \in \{ \mathbf{10, 11, 15, 16, 31} \}$

10. Dla podanej miary kąta α podać najmniejszą dodatnią miarę kąta β spełniającą równość $\sin^2\alpha + \sin^2\beta = 1$.

a) $\alpha = 110^\circ$, $\beta = \mathbf{20^\circ}$

b) $\alpha = 50^\circ$, $\beta = \mathbf{40^\circ}$

c) $\alpha = 10^\circ$, $\beta = \mathbf{80^\circ}$

d) $\alpha = 20^\circ$, $\beta = \mathbf{70^\circ}$

11. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $(x-1) \cdot (x-2) \cdot (x-3)^2 > 0$, $(-\infty, \mathbf{1}) \cup (\mathbf{2}, \mathbf{3}) \cup (\mathbf{3}, +\infty)$

b) $(x-1) \cdot (x-2) \cdot (x-3) > 0$, $(\mathbf{1}, \mathbf{2}) \cup (\mathbf{3}, +\infty)$

c) $(x-1)^2 \cdot (x-2) \cdot (x-3) > 0$, $(-\infty, \mathbf{1}) \cup (\mathbf{1}, \mathbf{2}) \cup (\mathbf{3}, +\infty)$

d) $(x-1) \cdot (x-2)^2 \cdot (x-3) > 0$, $(-\infty, \mathbf{1}) \cup (\mathbf{3}, +\infty)$

12. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $x^3 > 64$, $(\mathbf{4}, +\infty)$

b) $x^4 > 64$, $(-\infty, -\mathbf{2\sqrt{2}}) \cup (\mathbf{2\sqrt{2}}, +\infty)$

c) $x^6 > 64$, $(-\infty, -\mathbf{2}) \cup (\mathbf{2}, +\infty)$

d) $x^2 > 64$, $(-\infty, -\mathbf{8}) \cup (\mathbf{8}, +\infty)$

13. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $\log_{(9/4)}x < 2$, **(0, 81/16)**
- b) $\log_{(9/4)}x < -2$, **(0, 16/81)**
- c) $\log_{(9/4)}x > 1$, **(9/4, +∞)**
- d) $\log_{(9/4)}x > -1$, **(4/9, +∞)**

14. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $\log_x(9/4) < -2$, **(2/3, 1)**
- b) $\log_x(9/4) > 1$, **(1, 9/4)**
- c) $\log_x(9/4) > -1$, **(0, 4/9) ∪ (1, +∞)**
- d) $\log_x(9/4) < 2$, **(0, 1) ∪ (3/2, +∞)**

15. Dla podanych liczb a , b podać liczbę c o następującej własności: Pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu o krawędziach a , b , c ma tyle samo jednostek powierzchni, ile jednostek objętości ma objętość tego prostopadłościanu.

- a) $a = 6$, $b = 6$, $c = \mathbf{6}$
- b) $a = 4$, $b = 6$, $c = \mathbf{12}$
- c) $a = 8$, $b = 8$, $c = \mathbf{4}$
- d) $a = 5$, $b = 5$, $c = \mathbf{10}$

16. Dla podanej liczby wskazać jej **dwucyfrowy** dzielnik pierwszy.

a) $3^{303} + 2^{404}$, **43**

b) $3^{33} + 2^{22}$, **31**

c) $3^{33} - 2^{22}$, **23**

d) $3^{303} - 2^{404}$, **11**

17. Ile jest liczb parzystych wśród 8000 liczb

$$\binom{1001}{k}, \binom{1002}{k}, \binom{1003}{k}, \binom{1004}{k}, \dots, \binom{8999}{k}, \binom{9000}{k},$$

jeżeli

a) $k = 2$, **4000**

b) $k = 4$, **4000**

c) $k = 5$, **6000**

d) $k = 3$, **6000**

18. Dany jest 180-kąt foremny $A_1A_2A_3\dots A_{180}$. Podać miarę kąta

a) $\sphericalangle A_1A_{11}A_7 = \mathbf{6^\circ}$

b) $\sphericalangle A_1A_4A_7 = \mathbf{174^\circ}$

c) $\sphericalangle A_1A_7A_{11} = \mathbf{170^\circ}$

d) $\sphericalangle A_1A_2A_7 = \mathbf{174^\circ}$

19. Na boku A_1A_2 n -kąta foremnego $A_1A_2\dots A_n$ zbudowano kwadrat A_1A_2BC w taki sposób, że wnętrze kwadratu jest rozłączne z wnętrzem n -kąta foremnego. Dla podanej liczby n podać miarę kąta $\sphericalangle A_2BA_3$.

a) $n = 9$, $\sphericalangle A_2BA_3 = 25^\circ$

b) $n = 6$, $\sphericalangle A_2BA_3 = 15^\circ$

c) $n = 5$, $\sphericalangle A_2BA_3 = 9^\circ$

d) $n = 3$, $\sphericalangle A_2BA_3 = 15^\circ$

20. Na boku A_1A_2 n -kąta foremnego $A_1A_2\dots A_n$ zbudowano trójkąt równoboczny A_1A_2B w taki sposób, że wnętrze trójkąta jest rozłączne z wnętrzem n -kąta foremnego. Dla podanej liczby n podać miarę kąta $\sphericalangle A_2BA_3$.

a) $n = 4$, $\sphericalangle A_2BA_3 = 15^\circ$

b) $n = 5$, $\sphericalangle A_2BA_3 = 6^\circ$

c) $n = 9$, $\sphericalangle A_2BA_3 = 10^\circ$

d) $n = 12$, $\sphericalangle A_2BA_3 = 15^\circ$

1. Dla podanej liczby p podać liczbę q o następującej własności: Jeżeli liczba dodatnia a jest większa od liczby dodatniej b o $p\%$, to liczba b jest mniejsza od liczby a o $q\%$.

a) $p = 150$, $q = \mathbf{60}$

b) $p = 100$, $q = \mathbf{50}$

c) $p = 25$, $q = \mathbf{20}$

d) $p = 300$, $q = \mathbf{75}$

2. Dla podanej liczby p podać liczbę q o następującej własności: Jeżeli w rosnącym postępie arytmetycznym trójwyrazowym a_1, a_2, a_3 o wyrazach dodatnich wyraz a_2 jest większy od a_1 o $p\%$, to wyraz a_3 jest większy od a_2 o $q\%$.

a) $p = 25$, $q = \mathbf{20}$

b) $p = 100$, $q = \mathbf{50}$

c) $p = 300$, $q = \mathbf{75}$

d) $p = 150$, $q = \mathbf{60}$

3. Dla podanego wyrażenia podać liczbę wymierną w , dla której wartość tego wyrażenia jest wymierna.

a) $w\sqrt{2} + \sqrt{(7 - 5\sqrt{2})^2}$, $w = \mathbf{-5}$

b) $w\sqrt{3} + \sqrt{(7 - 4\sqrt{3})^2}$, $w = \mathbf{4}$

c) $w\sqrt{2} + \sqrt{(4 - 3\sqrt{2})^2}$, $w = \mathbf{-3}$

d) $w\sqrt{5} + \sqrt{(9 - 4\sqrt{5})^2}$, $w = \mathbf{4}$

4. Podać największy wspólny dzielnik liczb.

a) $\text{NWD}(9000, 201500000000064) = \mathbf{72}$

b) $\text{NWD}(9000, 201500000000025) = \mathbf{75}$

c) $\text{NWD}(9000, 201500000000001) = \mathbf{9}$

d) $\text{NWD}(9000, 201500000000048) = \mathbf{8}$

5. Dla podanej liczby k podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego wartość liczby $\log_2 \log_4 2^{4^k}$.

Uwaga: Potęgowanie wykonuje się *od góry*, tzn. $a^{b^c} = a^{(b^c)}$.

a) $k = 16, \quad \mathbf{31}$

b) $k = 10, \quad \mathbf{19}$

c) $k = 5, \quad \mathbf{9}$

d) $k = 4, \quad \mathbf{7}$

6. Dla podanej liczby k podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego wartość liczby $\log_4 \log_2 4^{2^k}$.

Uwaga: Potęgowanie wykonuje się *od góry*, tzn. $a^{b^c} = a^{(b^c)}$.

a) $k = 10, \quad \mathbf{11/2}$

b) $k = 5, \quad \mathbf{3}$

c) $k = 16, \quad \mathbf{17/2}$

d) $k = 4, \quad \mathbf{5/2}$

7. Jeżeli pole powierzchni sfery S jest większe od pola powierzchni sfery T o $p\%$, to objętość kuli ograniczonej sferą S jest większa od objętości kuli ograniczonej sferą T o $q\%$. Dla podanej liczby p podać taką liczbę q , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

- a) $p = 300$, $q = \mathbf{700}$
- b) $p = 800$, $q = \mathbf{2600}$
- c) $p = 1500$, $q = \mathbf{6300}$
- d) $p = 2400$, $q = \mathbf{12400}$

8. Dla podanej liczby naturalnej n podać zbiór wszystkich liczb całkowitych $k \geq 10$ o następującej własności: Istnieje postęp arytmetyczny n -wyrazowy, w którym dokładnie k wyrazów jest całkowitych.

- a) $n = 25$, $k \in \{ \mathbf{12, 13, 25} \}$
- b) $n = 31$, $k \in \{ \mathbf{10, 11, 15, 16, 31} \}$
- c) $n = 28$, $k \in \{ \mathbf{10, 14, 28} \}$
- d) $n = 36$, $k \in \{ \mathbf{12, 18, 36} \}$

9. Dla podanej liczby naturalnej n podać zbiór wszystkich liczb całkowitych $k \geq 10$ o następującej własności: Istnieje postęp geometryczny n -wyrazowy o wyrazach dodatnich, w którym dokładnie k wyrazów jest wymiernych.

- a) $n = 28$, $k \in \{ \mathbf{10, 14, 28} \}$
- b) $n = 31$, $k \in \{ \mathbf{10, 11, 15, 16, 31} \}$
- c) $n = 25$, $k \in \{ \mathbf{12, 13, 25} \}$
- d) $n = 36$, $k \in \{ \mathbf{12, 18, 36} \}$

10. Dla podanej miary kąta α podać najmniejszą dodatnią miarę kąta β spełniającą równość $\sin^2\alpha + \sin^2\beta = 1$.

a) $\alpha = 20^\circ$, $\beta = 70^\circ$

b) $\alpha = 110^\circ$, $\beta = 20^\circ$

c) $\alpha = 50^\circ$, $\beta = 40^\circ$

d) $\alpha = 10^\circ$, $\beta = 80^\circ$

11. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $(x-1) \cdot (x-2)^2 \cdot (x-3) > 0$, $(-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$

b) $(x-1) \cdot (x-2) \cdot (x-3)^2 > 0$, $(-\infty, 1) \cup (2, 3) \cup (3, +\infty)$

c) $(x-1)^2 \cdot (x-2) \cdot (x-3) > 0$, $(-\infty, 1) \cup (1, 2) \cup (3, +\infty)$

d) $(x-1) \cdot (x-2) \cdot (x-3) > 0$, $(1, 2) \cup (3, +\infty)$

12. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $x^3 > 64$, $(4, +\infty)$

b) $x^4 > 64$, $(-\infty, -2\sqrt{2}) \cup (2\sqrt{2}, +\infty)$

c) $x^2 > 64$, $(-\infty, -8) \cup (8, +\infty)$

d) $x^6 > 64$, $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

13. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $\log_{(9/4)}x < -2$, **(0, 16/81)**

b) $\log_{(9/4)}x < 2$, **(0, 81/16)**

c) $\log_{(9/4)}x > -1$, **(4/9, +∞)**

d) $\log_{(9/4)}x > 1$, **(9/4, +∞)**

14. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $\log_x(9/4) > 1$, **(1, 9/4)**

b) $\log_x(9/4) < -2$, **(2/3, 1)**

c) $\log_x(9/4) > -1$, **(0, 4/9) ∪ (1, +∞)**

d) $\log_x(9/4) < 2$, **(0, 1) ∪ (3/2, +∞)**

15. Dla podanych liczb a , b podać liczbę c o następującej własności: Pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu o krawędziach a , b , c ma tyle samo jednostek powierzchni, ile jednostek objętości ma objętość tego prostopadłościanu.

a) $a = 8$, $b = 8$, $c = 4$

b) $a = 5$, $b = 5$, $c = 10$

c) $a = 6$, $b = 6$, $c = 6$

d) $a = 4$, $b = 6$, $c = 12$

16. Dla podanej liczby wskazać jej **dwucyfrowy** dzielnik pierwszy.

a) $3^{303} - 2^{404}$, **11**

b) $3^{303} + 2^{404}$, **43**

c) $3^{33} - 2^{22}$, **23**

d) $3^{33} + 2^{22}$, **31**

17. Ile jest liczb parzystych wśród 8000 liczb

$$\binom{1001}{k}, \binom{1002}{k}, \binom{1003}{k}, \binom{1004}{k}, \dots, \binom{8999}{k}, \binom{9000}{k},$$

jeżeli

a) $k = 5$, **6000**

b) $k = 4$, **4000**

c) $k = 3$, **6000**

d) $k = 2$, **4000**

18. Dany jest 180-kąt foremny $A_1A_2A_3\dots A_{180}$. Podać miarę kąta

a) $\sphericalangle A_1A_4A_7 = 174^\circ$

b) $\sphericalangle A_1A_{11}A_7 = 6^\circ$

c) $\sphericalangle A_1A_7A_{11} = 170^\circ$

d) $\sphericalangle A_1A_2A_7 = 174^\circ$

19. Na boku A_1A_2 n -kąta foremnego $A_1A_2\dots A_n$ zbudowano kwadrat A_1A_2BC w taki sposób, że wnętrze kwadratu jest rozłączne z wnętrzem n -kąta foremnego. Dla podanej liczby n podać miarę kąta $\sphericalangle A_2BA_3$.

a) $n = 5$, $\sphericalangle A_2BA_3 = 9^\circ$

b) $n = 3$, $\sphericalangle A_2BA_3 = 15^\circ$

c) $n = 6$, $\sphericalangle A_2BA_3 = 15^\circ$

d) $n = 9$, $\sphericalangle A_2BA_3 = 25^\circ$

20. Na boku A_1A_2 n -kąta foremnego $A_1A_2\dots A_n$ zbudowano trójkąt równoboczny A_1A_2B w taki sposób, że wnętrze trójkąta jest rozłączne z wnętrzem n -kąta foremnego. Dla podanej liczby n podać miarę kąta $\sphericalangle A_2BA_3$.

a) $n = 9$, $\sphericalangle A_2BA_3 = 10^\circ$

b) $n = 12$, $\sphericalangle A_2BA_3 = 15^\circ$

c) $n = 5$, $\sphericalangle A_2BA_3 = 6^\circ$

d) $n = 4$, $\sphericalangle A_2BA_3 = 15^\circ$

1. Dla podanej liczby p podać liczbę q o następującej własności: Jeżeli liczba dodatnia a jest większa od liczby dodatniej b o $p\%$, to liczba b jest mniejsza od liczby a o $q\%$.

a) $p = 150$, $q = \mathbf{60}$

b) $p = 25$, $q = \mathbf{20}$

c) $p = 300$, $q = \mathbf{75}$

d) $p = 100$, $q = \mathbf{50}$

2. Dla podanej liczby p podać liczbę q o następującej własności: Jeżeli w rosnącym postępie arytmetycznym trójwyrazowym a_1, a_2, a_3 o wyrazach dodatnich wyraz a_2 jest większy od a_1 o $p\%$, to wyraz a_3 jest większy od a_2 o $q\%$.

a) $p = 300$, $q = \mathbf{75}$

b) $p = 100$, $q = \mathbf{50}$

c) $p = 25$, $q = \mathbf{20}$

d) $p = 150$, $q = \mathbf{60}$

3. Dla podanego wyrażenia podać liczbę wymierną w , dla której wartość tego wyrażenia jest wymierna.

a) $w\sqrt{2} + \sqrt{(4 - 3\sqrt{2})^2}$, $w = \mathbf{-3}$

b) $w\sqrt{3} + \sqrt{(7 - 4\sqrt{3})^2}$, $w = \mathbf{4}$

c) $w\sqrt{2} + \sqrt{(7 - 5\sqrt{2})^2}$, $w = \mathbf{-5}$

d) $w\sqrt{5} + \sqrt{(9 - 4\sqrt{5})^2}$, $w = \mathbf{4}$

4. Podać największy wspólny dzielnik liczb.

a) $\text{NWD}(9000, 201500000000064) = \mathbf{72}$

b) $\text{NWD}(9000, 201500000000001) = \mathbf{9}$

c) $\text{NWD}(9000, 201500000000025) = \mathbf{75}$

d) $\text{NWD}(9000, 201500000000048) = \mathbf{8}$

5. Dla podanej liczby k podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego wartość liczby $\log_2 \log_4 2^{4^k}$.

Uwaga: Potęgowanie wykonuje się *od góry*, tzn. $a^{b^c} = a^{(b^c)}$.

a) $k = 5, \quad \mathbf{9}$

b) $k = 4, \quad \mathbf{7}$

c) $k = 16, \quad \mathbf{31}$

d) $k = 10, \quad \mathbf{19}$

6. Dla podanej liczby k podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego wartość liczby $\log_4 \log_2 4^{2^k}$.

Uwaga: Potęgowanie wykonuje się *od góry*, tzn. $a^{b^c} = a^{(b^c)}$.

a) $k = 10, \quad \mathbf{11/2}$

b) $k = 5, \quad \mathbf{3}$

c) $k = 16, \quad \mathbf{17/2}$

d) $k = 4, \quad \mathbf{5/2}$

7. Jeżeli pole powierzchni sfery S jest większe od pola powierzchni sfery T o $p\%$, to objętość kuli ograniczonej sferą S jest większa od objętości kuli ograniczonej sferą T o $q\%$. Dla podanej liczby p podać taką liczbę q , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

- a) $p = 800$, $q = \mathbf{2600}$
- b) $p = 1500$, $q = \mathbf{6300}$
- c) $p = 300$, $q = \mathbf{700}$
- d) $p = 2400$, $q = \mathbf{12400}$

8. Dla podanej liczby naturalnej n podać zbiór wszystkich liczb całkowitych $k \geq 10$ o następującej własności: Istnieje postęp arytmetyczny n -wyrazowy, w którym dokładnie k wyrazów jest całkowitych.

- a) $n = 36$, $k \in \{ \mathbf{12, 18, 36} \}$
- b) $n = 31$, $k \in \{ \mathbf{10, 11, 15, 16, 31} \}$
- c) $n = 28$, $k \in \{ \mathbf{10, 14, 28} \}$
- d) $n = 25$, $k \in \{ \mathbf{12, 13, 25} \}$

9. Dla podanej liczby naturalnej n podać zbiór wszystkich liczb całkowitych $k \geq 10$ o następującej własności: Istnieje postęp geometryczny n -wyrazowy o wyrazach dodatnich, w którym dokładnie k wyrazów jest wymiernych.

- a) $n = 28$, $k \in \{ \mathbf{10, 14, 28} \}$
- b) $n = 36$, $k \in \{ \mathbf{12, 18, 36} \}$
- c) $n = 25$, $k \in \{ \mathbf{12, 13, 25} \}$
- d) $n = 31$, $k \in \{ \mathbf{10, 11, 15, 16, 31} \}$

10. Dla podanej miary kąta α podać najmniejszą dodatnią miarę kąta β spełniającą równość $\sin^2\alpha + \sin^2\beta = 1$.

a) $\alpha = 10^\circ$, $\beta = 80^\circ$

b) $\alpha = 110^\circ$, $\beta = 20^\circ$

c) $\alpha = 50^\circ$, $\beta = 40^\circ$

d) $\alpha = 20^\circ$, $\beta = 70^\circ$

11. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $(x-1) \cdot (x-2) \cdot (x-3)^2 > 0$, $(-\infty, 1) \cup (2, 3) \cup (3, +\infty)$

b) $(x-1)^2 \cdot (x-2) \cdot (x-3) > 0$, $(-\infty, 1) \cup (1, 2) \cup (3, +\infty)$

c) $(x-1) \cdot (x-2) \cdot (x-3) > 0$, $(1, 2) \cup (3, +\infty)$

d) $(x-1) \cdot (x-2)^2 \cdot (x-3) > 0$, $(-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$

12. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $x^4 > 64$, $(-\infty, -2\sqrt{2}) \cup (2\sqrt{2}, +\infty)$

b) $x^6 > 64$, $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

c) $x^2 > 64$, $(-\infty, -8) \cup (8, +\infty)$

d) $x^3 > 64$, $(4, +\infty)$

13. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $\log_{(9/4)}x > 1$, **(9/4, +∞)**

b) $\log_{(9/4)}x > -1$, **(4/9, +∞)**

c) $\log_{(9/4)}x < 2$, **(0, 81/16)**

d) $\log_{(9/4)}x < -2$, **(0, 16/81)**

14. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $\log_x(9/4) < -2$, **(2/3, 1)**

b) $\log_x(9/4) < 2$, **(0, 1) ∪ (3/2, +∞)**

c) $\log_x(9/4) > -1$, **(0, 4/9) ∪ (1, +∞)**

d) $\log_x(9/4) > 1$, **(1, 9/4)**

15. Dla podanych liczb a , b podać liczbę c o następującej własności: Pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu o krawędziach a , b , c ma tyle samo jednostek powierzchni, ile jednostek objętości ma objętość tego prostopadłościanu.

a) $a = 8$, $b = 8$, $c = 4$

b) $a = 4$, $b = 6$, $c = 12$

c) $a = 6$, $b = 6$, $c = 6$

d) $a = 5$, $b = 5$, $c = 10$

16. Dla podanej liczby wskazać jej **dwucyfrowy** dzielnik pierwszy.

a) $3^{303} - 2^{404}$, **11**

b) $3^{33} + 2^{22}$, **31**

c) $3^{303} + 2^{404}$, **43**

d) $3^{33} - 2^{22}$, **23**

17. Ile jest liczb parzystych wśród 8000 liczb

$$\binom{1001}{k}, \binom{1002}{k}, \binom{1003}{k}, \binom{1004}{k}, \dots, \binom{8999}{k}, \binom{9000}{k},$$

jeżeli

a) $k = 3$, **6000**

b) $k = 5$, **6000**

c) $k = 2$, **4000**

d) $k = 4$, **4000**

18. Dany jest 180-kąt foremny $A_1A_2A_3\dots A_{180}$. Podać miarę kąta

a) $\sphericalangle A_1A_7A_{11} = 170^\circ$

b) $\sphericalangle A_1A_{11}A_7 = 6^\circ$

c) $\sphericalangle A_1A_4A_7 = 174^\circ$

d) $\sphericalangle A_1A_2A_7 = 174^\circ$

19. Na boku A_1A_2 n -kąta foremnego $A_1A_2\dots A_n$ zbudowano kwadrat A_1A_2BC w taki sposób, że wnętrze kwadratu jest rozłączne z wnętrzem n -kąta foremnego. Dla podanej liczby n podać miarę kąta $\sphericalangle A_2BA_3$.

a) $n = 6$, $\sphericalangle A_2BA_3 = 15^\circ$

b) $n = 3$, $\sphericalangle A_2BA_3 = 15^\circ$

c) $n = 9$, $\sphericalangle A_2BA_3 = 25^\circ$

d) $n = 5$, $\sphericalangle A_2BA_3 = 9^\circ$

20. Na boku A_1A_2 n -kąta foremnego $A_1A_2\dots A_n$ zbudowano trójkąt równoboczny A_1A_2B w taki sposób, że wnętrze trójkąta jest rozłączne z wnętrzem n -kąta foremnego. Dla podanej liczby n podać miarę kąta $\sphericalangle A_2BA_3$.

a) $n = 12$, $\sphericalangle A_2BA_3 = 15^\circ$

b) $n = 5$, $\sphericalangle A_2BA_3 = 6^\circ$

c) $n = 9$, $\sphericalangle A_2BA_3 = 10^\circ$

d) $n = 4$, $\sphericalangle A_2BA_3 = 15^\circ$

1. Dla podanej liczby p podać liczbę q o następującej własności: Jeżeli liczba dodatnia a jest większa od liczby dodatniej b o $p\%$, to liczba b jest mniejsza od liczby a o $q\%$.

a) $p = 25$, $q = \mathbf{20}$

b) $p = 300$, $q = \mathbf{75}$

c) $p = 100$, $q = \mathbf{50}$

d) $p = 150$, $q = \mathbf{60}$

2. Dla podanej liczby p podać liczbę q o następującej własności: Jeżeli w rosnącym postępie arytmetycznym trójwyrazowym a_1, a_2, a_3 o wyrazach dodatnich wyraz a_2 jest większy od a_1 o $p\%$, to wyraz a_3 jest większy od a_2 o $q\%$.

a) $p = 300$, $q = \mathbf{75}$

b) $p = 25$, $q = \mathbf{20}$

c) $p = 150$, $q = \mathbf{60}$

d) $p = 100$, $q = \mathbf{50}$

3. Dla podanego wyrażenia podać liczbę wymierną w , dla której wartość tego wyrażenia jest wymierna.

a) $w\sqrt{2} + \sqrt{(7 - 5\sqrt{2})^2}$, $w = \mathbf{-5}$

b) $w\sqrt{3} + \sqrt{(7 - 4\sqrt{3})^2}$, $w = \mathbf{4}$

c) $w\sqrt{5} + \sqrt{(9 - 4\sqrt{5})^2}$, $w = \mathbf{4}$

d) $w\sqrt{2} + \sqrt{(4 - 3\sqrt{2})^2}$, $w = \mathbf{-3}$

4. Podać największy wspólny dzielnik liczb.

a) $\text{NWD}(9000, 201500000000064) = \mathbf{72}$

b) $\text{NWD}(9000, 201500000000025) = \mathbf{75}$

c) $\text{NWD}(9000, 201500000000048) = \mathbf{8}$

d) $\text{NWD}(9000, 201500000000001) = \mathbf{9}$

5. Dla podanej liczby k podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego wartość liczby $\log_2 \log_4 2^{4^k}$.

Uwaga: Potęgowanie wykonuje się *od góry*, tzn. $a^{b^c} = a^{(b^c)}$.

a) $k = 5, \quad \mathbf{9}$

b) $k = 4, \quad \mathbf{7}$

c) $k = 10, \quad \mathbf{19}$

d) $k = 16, \quad \mathbf{31}$

6. Dla podanej liczby k podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego wartość liczby $\log_4 \log_2 4^{2^k}$.

Uwaga: Potęgowanie wykonuje się *od góry*, tzn. $a^{b^c} = a^{(b^c)}$.

a) $k = 10, \quad \mathbf{11/2}$

b) $k = 5, \quad \mathbf{3}$

c) $k = 16, \quad \mathbf{17/2}$

d) $k = 4, \quad \mathbf{5/2}$

7. Jeżeli pole powierzchni sfery S jest większe od pola powierzchni sfery T o $p\%$, to objętość kuli ograniczonej sferą S jest większa od objętości kuli ograniczonej sferą T o $q\%$. Dla podanej liczby p podać taką liczbę q , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $p = 2400$, $q = \mathbf{12400}$

b) $p = 800$, $q = \mathbf{2600}$

c) $p = 1500$, $q = \mathbf{6300}$

d) $p = 300$, $q = \mathbf{700}$

8. Dla podanej liczby naturalnej n podać zbiór wszystkich liczb całkowitych $k \geq 10$ o następującej własności: Istnieje postęp arytmetyczny n -wyrazowy, w którym dokładnie k wyrazów jest całkowitych.

a) $n = 36$, $k \in \{ \mathbf{12, 18, 36} \}$

b) $n = 31$, $k \in \{ \mathbf{10, 11, 15, 16, 31} \}$

c) $n = 28$, $k \in \{ \mathbf{10, 14, 28} \}$

d) $n = 25$, $k \in \{ \mathbf{12, 13, 25} \}$

9. Dla podanej liczby naturalnej n podać zbiór wszystkich liczb całkowitych $k \geq 10$ o następującej własności: Istnieje postęp geometryczny n -wyrazowy o wyrazach dodatnich, w którym dokładnie k wyrazów jest wymiernych.

a) $n = 36$, $k \in \{ \mathbf{12, 18, 36} \}$

b) $n = 25$, $k \in \{ \mathbf{12, 13, 25} \}$

c) $n = 28$, $k \in \{ \mathbf{10, 14, 28} \}$

d) $n = 31$, $k \in \{ \mathbf{10, 11, 15, 16, 31} \}$

10. Dla podanej miary kąta α podać najmniejszą dodatnią miarę kąta β spełniającą równość $\sin^2\alpha + \sin^2\beta = 1$.

a) $\alpha = 20^\circ, \beta = 70^\circ$

b) $\alpha = 10^\circ, \beta = 80^\circ$

c) $\alpha = 110^\circ, \beta = 20^\circ$

d) $\alpha = 50^\circ, \beta = 40^\circ$

11. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $(x-1) \cdot (x-2) \cdot (x-3)^2 > 0, \quad (-\infty, 1) \cup (2, 3) \cup (3, +\infty)$

b) $(x-1) \cdot (x-2)^2 \cdot (x-3) > 0, \quad (-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$

c) $(x-1) \cdot (x-2) \cdot (x-3) > 0, \quad (1, 2) \cup (3, +\infty)$

d) $(x-1)^2 \cdot (x-2) \cdot (x-3) > 0, \quad (-\infty, 1) \cup (1, 2) \cup (3, +\infty)$

12. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $x^6 > 64, \quad (-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

b) $x^4 > 64, \quad (-\infty, -2\sqrt{2}) \cup (2\sqrt{2}, +\infty)$

c) $x^3 > 64, \quad (4, +\infty)$

d) $x^2 > 64, \quad (-\infty, -8) \cup (8, +\infty)$

13. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $\log_{(9/4)}x > -1$, **(4/9, +∞)**

b) $\log_{(9/4)}x < 2$, **(0, 81/16)**

c) $\log_{(9/4)}x < -2$, **(0, 16/81)**

d) $\log_{(9/4)}x > 1$, **(9/4, +∞)**

14. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $\log_x(9/4) > -1$, **(0, 4/9) ∪ (1, +∞)**

b) $\log_x(9/4) < 2$, **(0, 1) ∪ (3/2, +∞)**

c) $\log_x(9/4) > 1$, **(1, 9/4)**

d) $\log_x(9/4) < -2$, **(2/3, 1)**

15. Dla podanych liczb a , b podać liczbę c o następującej własności: Pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu o krawędziach a , b , c ma tyle samo jednostek powierzchni, ile jednostek objętości ma objętość tego prostopadłościanu.

a) $a = 5$, $b = 5$, $c = 10$

b) $a = 4$, $b = 6$, $c = 12$

c) $a = 6$, $b = 6$, $c = 6$

d) $a = 8$, $b = 8$, $c = 4$

16. Dla podanej liczby wskazać jej **dwucyfrowy** dzielnik pierwszy.

a) $3^{33} - 2^{22}$, **23**

b) $3^{303} + 2^{404}$, **43**

c) $3^{303} - 2^{404}$, **11**

d) $3^{33} + 2^{22}$, **31**

17. Ile jest liczb parzystych wśród 8000 liczb

$$\binom{1001}{k}, \binom{1002}{k}, \binom{1003}{k}, \binom{1004}{k}, \dots, \binom{8999}{k}, \binom{9000}{k},$$

jeżeli

a) $k = 4$, **4000**

b) $k = 2$, **4000**

c) $k = 5$, **6000**

d) $k = 3$, **6000**

18. Dany jest 180-kąt foremny $A_1A_2A_3\dots A_{180}$. Podać miarę kąta

a) $\sphericalangle A_1A_4A_7 = 174^\circ$

b) $\sphericalangle A_1A_{11}A_7 = 6^\circ$

c) $\sphericalangle A_1A_7A_{11} = 170^\circ$

d) $\sphericalangle A_1A_2A_7 = 174^\circ$

19. Na boku A_1A_2 n -kąta foremnego $A_1A_2\dots A_n$ zbudowano kwadrat A_1A_2BC w taki sposób, że wnętrze kwadratu jest rozłączne z wnętrzem n -kąta foremnego. Dla podanej liczby n podać miarę kąta $\sphericalangle A_2BA_3$.

a) $n = 3$, $\sphericalangle A_2BA_3 = 15^\circ$

b) $n = 9$, $\sphericalangle A_2BA_3 = 25^\circ$

c) $n = 6$, $\sphericalangle A_2BA_3 = 15^\circ$

d) $n = 5$, $\sphericalangle A_2BA_3 = 9^\circ$

20. Na boku A_1A_2 n -kąta foremnego $A_1A_2\dots A_n$ zbudowano trójkąt równoboczny A_1A_2B w taki sposób, że wnętrze trójkąta jest rozłączne z wnętrzem n -kąta foremnego. Dla podanej liczby n podać miarę kąta $\sphericalangle A_2BA_3$.

a) $n = 9$, $\sphericalangle A_2BA_3 = 10^\circ$

b) $n = 12$, $\sphericalangle A_2BA_3 = 15^\circ$

c) $n = 4$, $\sphericalangle A_2BA_3 = 15^\circ$

d) $n = 5$, $\sphericalangle A_2BA_3 = 6^\circ$