Test kwalifikacyjny Wersja testu **A** 30 września 2015 r.

1. Dla podanej liczby p podać liczbę q o następującej własności: Jeżeli liczba dodatnia a jest mniejsza od liczby dodatniej b o $p\%$, to liczba b jest większa od liczby a o $q\%$.

a) $p=20$, $q=$ ....

b) $p=50$, $q=$ ....

c) $p=60$, $q=$ ....

d) $p=75$, $q=$ ....

2. Dla podanej liczby p podać liczbę q o następującej własności: Jeżeli liczba dodatnia a jest mniejsza od liczby dodatniej b o $p\%$, to liczba b jest większa od liczby a o $q\%$.

a) $p=99$, $q=$ ....

b) $p=95$, $q=$ ....

c) $p=90$, $q=$ ....

d) $p=80$, $q=$ ....

3. Liczbę naturalną n nazwiemy *szczęśliwą*, jeżeli istnieją takie dwa trójkąty równoboczne o bokach długości całkowitej, że jeden trójkąt ma pole większe o $n\%$ od pola drugiego trójkąta. Dla podanej liczby k podać najmniejszą *szczęśliwą* liczbę n większą od k.

a) $k=25$, $n=$ ....

b) $k=10$, $n=$ ....

c) $k=100$, $n=$ ....

d) $k=50$, $n=$ ....

4. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $(x-5)^5 > 32$, ...

b) $(x-2)^2 < 4$, ...

c) $(x-3)^3 < 8$, ...

d) $(x-4)^4 > 16$, ...

5. Podać liczbę rzeczywistą x spełniającą dane równanie.

a) $\log_2 3 = \log_4 x$ dla $x =$ ....

b) $\log_{81} 4 = \log_3 x$ dla $x =$ ....

c) $\log_4 8 = \log_9 x$ dla $x =$ ....

d) $\log_8 27 = \log_{16} x$ dla $x =$ ....

6. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $\log_4 x > 1/2$, ...

b) $\log_4 x > 1/4$, ...

c) $\log_4 x < 2$, ...

d) $\log_4 x < -1/2$, ...

7. Podać najmniejszą wartość funkcji $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ określonej podanym wzorem.

a) $f(x)=x^2-2x$, ...

b) $f(x)=x^4-4x^2$, ...

c) $f(x)=x^8+8x^4$, ...

d) $f(x)=x^6+6x^3$, ...

8. Dla podanej liczby wskazać jej dwucyfrowy dzielnik.

a) 1 000 000 075, ...

b) 1 000 000 062, ...

c) 1 000 000 308, ...

d) 1 000 000 005, ...

9. Dla podanej liczby wskazać jej dwucyfrowy dzielnik pierwszy.

a) $40^{14}-13^{14}$, ...

b) $40^{13}+3^{13}$, ...

c) $40^{11}-3^{11}$, ...

d) $40^{14}-9^{14}$, ...

10. Wśród dowolnych n kolejnych liczb całkowitych dodatnich istnieją dwie liczby, których największy wspólny dzielnik jest równy k. Dla podanej liczby n podać największą liczbę naturalną k, dla której powyższe zdanie jest prawdziwe.

a) $n = 20$, $k =$ ....

b) $n = 15$, $k =$ ....

c) $n = 5$, $k =$ ....

d) $n = 10$, $k =$ ....

11. Istnieje takich n kolejnych liczb całkowitych dodatnich, że pewne dwie spośród nich mają największy wspólny dzielnik równy k. Dla podanej liczby n podać największą liczbę naturalną k, dla której powyższe zdanie jest prawdziwe.

a) $n = 20$, $k =$ ....

b) $n = 5$, $k =$ ....

c) $n = 10$, $k =$ ....

d) $n = 15$, $k =$ ....

12. Postęp geometryczny o wyrazach całkowitych dodatnich składa się z co najmniej trzech wyrazów. Jego pierwszy i ostatni wyraz są podane. Podać liczbę wyrazów tego postępu.

a) 2, 64, ...

b) 24, 81, ...

c) 25, 36, ...

d) 1, 128, ...

13. Liczbę naturalną n nazwiemy *fajną*, jeśli suma dowolnego postępu arytmetycznego n-wyrazowego o wyrazach całkowitych jest podzielna przez n. Podać liczbę *fajnych* liczb n spełniających podaną nierówność.

a) $333 < n < 433$, ...

b) $777 < n < 977$, ...

c) $100 < n < 200$, ...

d) $500 < n < 700$, ...

14. Dla podanej liczby naturalnej n podać miarę kąta $\sphericalangle A_1A_6A_5$, gdzie $A_1A_2A_3\ldots A_n$ jest n-kątem foremnym.

a) $n=72$, $\sphericalangle A_1A_6A_5 =$ ....

b) $n=10$, $\sphericalangle A_1A_6A_5 =$ ....

c) $n=40$, $\sphericalangle A_1A_6A_5 =$ ....

d) $n=18$, $\sphericalangle A_1A_6A_5 =$ ....

15. Niech $A_1A_2A_3\ldots A_n$ oznacza n-kąt foremny. Wskazać liczbę naturalną n, dla której miara podanego kąta jest równa n°. Aby zadanie miało sens, liczba n musi spełniać podaną nierówność.

a) $n \geqslant 10$, $\sphericalangle A_1A_{10}A_6 = n^\circ$ dla $n=$ ....

b) $n \geqslant 82$, $\sphericalangle A_1A_{82}A_{81} = n^\circ$ dla $n=$ ....

c) $n \geqslant 24$, $\sphericalangle A_1A_{24}A_{21} = n^\circ$ dla $n=$ ....

d) $n \geqslant 48$, $\sphericalangle A_1A_{48}A_{46} = n^\circ$ dla $n=$ ....

16. Dla podanych liczb a i b podać zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych dodatnich c, że istnieje trójkąt prostokątny o bokach długości a, b i c.

a) $a=3$, $b=5$, $c \in \{$ .... $\}$

b) $a=2$, $b=3$, $c \in \{$ .... $\}$

c) $a=1$, $b=2$, $c \in \{$ .... $\}$

d) $a=3$, $b=4$, $c \in \{$ .... $\}$

17. Dla podanych liczb a i b podać taką liczbę rzeczywistą dodatnią c, że istnieje trójkąt o bokach długości a, b i c, w którym miara kąta między bokami długości a i b jest równa $120°$.

a) $a=1$, $b=2$, $c=$ ....

b) $a=3$, $b=4$, $c=$ ....

c) $a=3$, $b=5$, $c=$ ....

d) $a=2$, $b=3$, $c=$ ....

18. Dla podanych liczb a i b podać taką liczbę rzeczywistą dodatnią c, że istnieje trójkąt o bokach długości a, b i c, w którym miara kąta między bokami długości a i b jest równa $60°$.

a) $a=3$, $b=4$, $c=$ ....

b) $a=2$, $b=3$, $c=$ ....

c) $a=3$, $b=5$, $c=$ ....

d) $a=1$, $b=2$, $c=$ ....

19. Dla podanej liczby k podać taką liczbę naturalną n większą od k, że

$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{2k+1}.$$

a) $k=100$, $n=$ ....

b) $k=33$, $n=$ ....

c) $k=22$, $n=$ ....

d) $k=11$, $n=$ ....

20. Wskazać takie liczby naturalne a i b większe od 1, że podana liczba jest równa $2^{2^{a^b}}$.

Uwaga: Potęgowanie wykonujemy *od góry*, tzn. $x^{y^z} = x^{(y^z)}$.

a) $\left(2^{2^{5^2}}\right)^4$, $a=$ ...., $b=$ ....

b) $\left(2^{2^{2^5}}\right)^{16}$, $a=$ ...., $b=$ ....

c) $\left(2^{2^{2^3}}\right)^2$, $a=$ ...., $b=$ ....

d) $\left(2^{2^{5^3}}\right)^8$, $a=$ ...., $b=$ ....