

## ALGEBRA 1, Lista 4

Konwersatorium 6.11.2017

Niech  $G$  będzie grupą,  $g \in G$  oraz  $k, m, n \in \mathbb{N}_{>0}$ .

1S. Wyznaczyć wszystkie możliwe rzędy elementów  $g \in \mathbb{Z}_{40}$ .

2S. Wyznaczyć wszystkie możliwe rzędy elementów  $g \in S_7$ .

3S. Wyznaczyć wszystkie możliwe rzędy elementów  $g \in D_{24}$ .

4S. Załóżmy, że  $\text{ord}(g) = 10$ . Wyznaczyć  $\text{ord}(g^2)$ ,  $\text{ord}(g^5)$ ,  $\text{ord}(g^3)$ .

5K. Załóżmy, że  $\text{ord}(g) = n$  i niech  $r = r_n(k)$ .

(a) Udowodnić, że  $g^k = g^r$ .

(b) Udowodnić, że  $g^m = e$  wtedy i tylko wtedy, gdy  $n|m$ .

(c) Udowodnić, że  $\text{ord}(g^k) = l$ , gdzie  $l$  jest najmniejszą liczbą  $\geq 1$  taką, że  $n|kl$ .

(d) Udowodnić, że  $\text{ord}(g^k) = n$  wtedy i tylko wtedy, gdy  $k$  i  $n$  są względnie pierwsze.

6K. Dla  $a \in \mathbb{Z}_n$  udowodnić, że  $\text{ord}_{\mathbb{Z}_n}(a) = n$  wtedy i tylko wtedy, gdy  $a$  i  $n$  są względnie pierwsze.

7K. Wyznaczyć wszystkie możliwe rzędy elementów  $g \in \mathbb{Z}_n$ .

8K. Wyznaczyć wszystkie możliwe rzędy elementów  $g \in D_n$ .