

## ALGEBRA 1, Lista 5

Konwersatorium 6.11.2019 i materiał na Kartkówkę 4 (12.11.2019).

- 0S. Materiał teoretyczny: Homomorfizmy, epimorfizmy, monomorfizmy, endomorfizmy i automorfizmy grup: definicje i przykłady. Własności homomorfizmów grup. Jądro i obraz homomorfizmu grup.
- 1S. Udowodnić, że złożenie homomorfizmów jest homomorfizmem.
2. Czy istnieją poniższe homomorfizmy grup  $f : G \rightarrow H$ ? Jeśli istnieją, to wyznaczyć obraz i jądro danego homomorfizmu.
- (a)S  $G = (\mathbb{Z}, +)$ ,  $H = (\mathbb{Z}, +)$ ,  $f(2) = 7$  (czemu musi być wtedy równe  $f(1)$ ?).
  - (b)S  $G = (\mathbb{Q}, +)$ ,  $H = (\mathbb{Z}, +)$ ,  $f(1) = 1$  (czemu musi być wtedy równe  $f(\frac{1}{2})$ ?).
  - (c)S  $G = (\mathbb{Z}, +)$ ,  $H = (\mathbb{Z}, +)$ ,  $f(1) = 2$ .
  - (d)S  $G = (\mathbb{Z}, +)$ ,  $H = (\mathbb{Z}_7, +_7)$ ,  $f(8) = 1$ .
  - (e)K  $G = (\mathbb{Z}, +)$ ,  $H = (\mathbb{Q}, +)$ ,  $f(1) = 7$ .
  - (f)K  $G = (\mathbb{R}, +)$ ,  $H = (\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$ ,  $f(1) = -1$ .
  - (g)K  $G = (\mathbb{Q}, +)$ ,  $H = (\mathbb{Q} \setminus \{0\}, \cdot)$ ,  $f(2) = 1$ .
  - (h)K  $G = (\mathbb{R}, +)$ ,  $H = (\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$ ,  $f(1) = 5$ .
- 3K. Udowodnić, że funkcja odwrotna do izomorfizmu jest izomorfizmem.
- 4K. Niech  $G$  będzie grupą. Udowodnić, że  $\text{Aut}(G) \leq S_G$ .