

## ALGEBRA 2B, Lista 14

Niech  $A = \{P_1, \dots, P_n\} \subset \mathbb{C}$ ,  $P_1 = 0, P_2 = 1$  i *konstruowalny* znaczy *konstruowalny przy danym  $A$  za pomocą cyrkla i linijki*.

1. W tym zadaniu nie można korzystać z klasyfikacji punktów konstruowalnych przez pierwiastniki kwadratowe.
  - (a) Załóżmy, że  $a, b \in \mathbb{C}$  są konstruowalne. Udowodnić, że  $a + b$  jest konstruowalny.
  - (b) Załóżmy, że mamy  $a, b \in \mathbb{C}$  konstruowalne, takie że  $(1, 0, a)$  wyznacza kąt  $\alpha$  oraz  $(1, 0, b)$  wyznacza kąt  $\beta$ . Udowodnić, że istnieje konstruowalny  $c \in \mathbb{C}$  taki, że  $(1, 0, c)$  wyznacza kąt  $\alpha + \beta$ .
  - (c) Udowodnić, że dla  $p, q \in \mathbb{R}$ ,  $p + iq$  jest konstruowalny wtedy i tylko wtedy, gdy  $p$  i  $q$  są konstruowalne.
2. Udowodnić, że:
  - (a) Kąt  $\frac{\pi}{4}$  można podzielić na 3 równe części za pomocą cyrkla i linijki.
  - (b) Nie można podzielić kąta  $\frac{\pi}{3}$  na 3 równe części za pomocą cyrkla i linijki.
3. Udowodnić, że nie można skonstruować 28-kąta foremnego za pomocą cyrkla i linijki.
4. Podać konstrukcję 15-kąta foremnego za pomocą cyrkla i linijki.
5. Niech  $p, q \in \mathbb{R}$  i  $K$  będzie podciałem  $\mathbb{R}$ . Udowodnić, że  $p + iq \in r_2(K)$  wtedy i tylko wtedy, gdy  $p, q \in r_2(K)$ .