

ALGEBRA 2B, Lista 10

Niech $A = \{P_1, \dots, P_n\} \subset \mathbb{C}$, $P_1 = 0, P_2 = 1$ i *konstruowalny* znaczy *konstruowalny przy danym A za pomocą cyrkla i linijki*.

1. W tym zadaniu nie można korzystać z klasyfikacji punktów konstruowalnych przez pierwiastniki kwadratowe.
 - (a) Załóżmy, że $a, b \in \mathbb{C}$ są konstruowalne. Udowodnić, że $a + b$ jest konstruowalny.
 - (b) Załóżmy, że mamy $a, b \in \mathbb{C}$ konstruowalne, takie że $(1, 0, a)$ wyznacza kąt α oraz $(1, 0, b)$ wyznacza kąt β . Udowodnić, że istnieje konstruowalny $c \in \mathbb{C}$ taki, że $(1, 0, c)$ wyznacza kąt $\alpha + \beta$.
 - (c) Udowodnić, że dla $p, q \in \mathbb{R}$, $p + iq$ jest konstruowalny wtedy i tylko wtedy, gdy p i q są konstruowalne.
2. Udowodnić, że:
 - (a) Kąt $\frac{\pi}{4}$ można podzielić na 3 równe części za pomocą cyrkla i linijki.
 - (b) Nie można podzielić kąta $\frac{\pi}{3}$ na 3 równe części za pomocą cyrkla i linijki.
3. Udowodnić, że nie można skonstruować 28-kąta foremnego za pomocą cyrkla i linijki.
4. Podać konstrukcję 15-kąta foremnego za pomocą cyrkla i linijki.
5. Niech $p, q \in \mathbb{R}$ i K będzie podciałem \mathbb{R} . Udowodnić, że $p + iq \in r_2(K)$ wtedy i tylko wtedy, gdy $p, q \in r_2(K)$.