

## ALGEBRA A, Kolokwium 2, 10 I 2005

### Zadanie 1

Czy następujące grupy są izomorficzne, gdy  $n \geq 1$  jest liczbą naturalną?  
Odpowiedź uzasadnić!

1.  $GL_n(\mathbb{R})/SL_n(\mathbb{R})$  i  $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$ . (10 PT)
2.  $(\mathbb{Z}_2, +_2) \oplus (\mathbb{R}, +)$  i  $(\mathbb{Z}_4, +_4) \oplus (\mathbb{R}, +)$ . (10 PT)
3.  $(\mathbb{Z}, +)/(n\mathbb{Z}, +)$  i  $(\mathbb{Z}_n, +_n)$ . (10 PT)

### Zadanie 2

Znaleźć w pierścieniu  $\mathbb{Z}_6 \oplus \mathbb{R}$ :

1. Elementy odwracalne. (10 PT)
2. Dzielniki zera. (10 PT)
3. Pierwiastki wielomianu  $f = x^2 - 1$ . (10 PT)

Odpowiedź uzasadnić!

### Zadanie 3

Czy następujący wielomian  $f$  o współczynnikach w ciele  $K$  jest rozkładalny?  
Odpowiedź uzasadnić!

1.  $f = x^6 + 6x^4 - 12x^3 + 24x^2 + 27x - 24$ ,  $K = \mathbb{Q}$ . (10 PT)
2.  $f = x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ ,  $K = \mathbb{Z}_7$ . (5 PT)
3.  $f = x^3 + 3x^2 - 3x + 2$ ,  $K = \mathbb{Q}$ . (10 PT)
4.  $f = x^4 + 1$ ,  $K = \mathbb{Q}$ . (15 PT)