

ALGEBRA 1B, Lista 1

Dla zbioru A , $\mathcal{P}(A)$ jest zbiorem wszystkich podzbiorów A , A^A jest zbiorem wszystkich funkcji z A w A , $S(A)$ jest zbiorem bijekcji zbioru A .

1. Napisać tabelki działań \cap i \cup na zbiorze $\mathcal{P}(\mathbb{Z}_2)$.
2. Napisać tabelkę działania w grupie D_3 .
3. Podać przykład (tabelkę) działania \star na zbiorze $\{0, 1\}$ takiego, że

$$0\star(0\star 0) \neq (0\star 0)\star 0.$$

Ile istnieje takich działań?

4. Udowodnić, że $(S(A), \circ)$ jest grupą przemienną wtedy i tylko wtedy, gdy $|A| \leq 2$.
5. Udowodnić, że (A^A, \circ) jest grupą wtedy i tylko wtedy, gdy $|A| \leq 1$.
6. Udowodnić, że następujące warunki są równoważne:
 - (a) $(\mathcal{P}(A), \cap)$ jest grupą,
 - (b) $(\mathcal{P}(A), \cup)$ jest grupą,
 - (c) $A = \emptyset$.