

ALGEBRA 1B, Lista 6

Niech G i H będą grupami i p liczbą pierwszą.

1. Udowodnić, że A_4 nie zawiera podgrupy rzędu 6.
2. Niech $f : G \rightarrow H$ będzie homomorfizmem i $N \leq H$. Udowodnić, że:
 - (a) $f^{-1}(N) \leq G$,
 - (b) jeśli f jest epimorfizmem, to $|f^{-1}(N)| = |\ker(f)| \cdot |N|$,
 - (c) jeśli $N \trianglelefteq H$, to $f^{-1}(N) \trianglelefteq G$.
3. Niech G będzie p -grupą i H podgrupą G indeksu p . Udowodnić, że $H \trianglelefteq G$.
4. Niech $|G| = 6$. Udowodnić, że $G \cong \mathbb{Z}_6$ lub $G \cong S_3$.
5. Niech $|G| = 8$. Udowodnić, że $G \cong \mathbb{Z}_2^3$ lub $G \cong \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ lub $G \cong \mathbb{Z}_8$ lub $G \cong D_4$ lub $G \cong Q_8$.