ALGEBRA HOMOLOGICZNA, Lista 10

Niech X będzie przestrzenią topologiczną.

1. Pokazać, że ciąg snopów $0 \to \mathcal{F} \to \mathcal{H} \to \mathcal{G} \to 0$ jest dokładny wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdego $x \in X$ ciąg $0 \to \mathcal{F}_x \to \mathcal{H}_x \to \mathcal{G}_x \to 0$ jest dokładny.

2. Dla morfizmów snopów $f, g : \mathcal{F} \to \mathcal{G}$ pokazać, że jeśli dla każdego $x \in X$ $f_x = g_x$, to $f = g$.

3. Dla $\mathcal{F} : \mathcal{A} \to \mathcal{B}$ funktora addytywnego pomiędzy kategoriami abelowymi, $X \in \mathcal{A}$ i rezolwenty $\mathcal{F}$-acyklicznej
$$0 \to X \to A_0 \to A_1 \to \dots,$$
$R^n\mathcal{F}(A)$, to n-te kohomologie kompleksu
$$0 \to F(A_0) \to F(A_1) \to \dots$$
(użyć długiego ciągu dokładnego funktorów pochodnych).

4. Pokazać, że jeśli mamy ciąg dokładny snopów $0 \to \mathcal{F} \to \mathcal{H} \to \mathcal{G} \to 0$, w którym $\mathcal{F}$ i $\mathcal{H}$ są miękkie, to $\mathcal{G}$ jest też miękki.

5. Pokazać, że każdy snop injektywny jest miękki.

6. Podać równoważną definicję morfizmu wiązek używając tylko funkcji przejścia.

7. Używając funkcji przejścia zdefiniować sumę prostą i iloczyn tensorowy wiązek.