

ALGEBRA HOMOLOGICZNA, Lista 3

1. Uzupełnić dowód równoważności dwóch definicji produktu, czyli pokazać, że:
 - (a) f odpowiadające (f_X, f_Y) jest jedyne i odpowiedni diagram jest przemienny.
 - (b) Element $(\pi_X, \pi_Y) \in F(Z)$ odpowiada izomorfizmowi funktorów.
2. Udowodnić istnienie funktorialnego izomorfizmu (w kategorii, która ma produkty)
$$X \times (Y \times Z) \cong (X \times Y) \times Z.$$
3. Napisać diagramy definiujące:
 - (a) Kogrupę w kategorii
 - (b) Morfizm (ko)grup w kategorii
4. Załóżmy, że kategoria \mathcal{C} ma produkty. Pokazać, że:
 - (a) Produkt grup w kategorii ma strukturę grupy w kategorii.
 - (b) Kategoria $\mathbf{Grp}_{\mathcal{C}}$ ma produkty i pokrywają się one (po zapomnieniu struktury grupy w kategorii) z produktami w \mathcal{C} .
 - (c) Dowolny funktor $F : \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{D}$ zachowujący produkty, zachowuje też produkty jako funktor $F : \mathbf{Grp}_{\mathcal{C}} \rightarrow \mathbf{Grp}_{\mathcal{D}}$.
5. Udowodnić, że funkcja “ściągnięcia równika” zadaje strukturę H -kogrupy (tzn. kogrupy w $\mathbf{Top}_{h,*}$) na sferze n -wymiarowej ($n > 0$).