

## ALGEBRA HOMOLOGICZNA, Lista 4

1. Niech  $(G, m, i, e)$  i  $(G', m', i', e')$  będą grupami w kategorii  $\mathcal{C}$ . Używając lematu Yonedy pokazać, że:
  - (a)  $i$  oraz  $e$  są jedynymi morfizmami dla których odpowiednie diagramy z definicji grupy w kategorii są przemienne.
  - (b) Jeśli morfizm  $f : G \rightarrow G'$  zachowuje  $m$ , to  $f$  jest morfizmem grup w kategorii  $\mathcal{C}$ , tzn.  $f$  zachowuje też  $i$  oraz  $e$ .
2. Udowodnić, że grupy w kategorii grup to dokładnie grupy abelowe, tzn. jeśli mamy grupę  $(G, \cdot)$ , która ma dodatkową strukturę  $(m, i, e)$  grupy w kategorii grup, to  $m = \cdot$ ,  $i$  to branie elementu odwrotnego w  $(G, \cdot)$ ,  $e$  to element neutralny w  $(G, \cdot)$  i  $G$  jest abelowa.
3. Udowodnić, że  $\Omega$  i  $S$  (odpowiednio zinterpretowane) są funktorami w kategorii  $H$ -grup i  $H$ -kogrup.
4. Dla następujących funktorów znaleźć funktory do nich dołączone (z lewej lub prawej).
  - (a) Funktor uzupełnienia przestrzeni metrycznej.
  - (b) Funktor zapominania z grup abelowych do półgrup abelowych.
  - (c) Funktor zapominania z  $\mathbf{Alg}_R$  do  $\mathbf{Mod}_R$ .
  - (d) Funktor zapominania z  $\mathbf{Mod}_R$  do  $\mathbf{Set}$ .