ZAGADNIENIA NA EGZAMIN

1. **Kategorie**
   Definicja kategorii, przykłady, kategoria mała, kategoria przeciwna do danej, izomorfizm, podkategoria, podkategoria pełna, przykłady podkategorii, obiekty początkowe, końcowe, zerowe (tzn. naraz początkowe i końcowe), funktory, funktory zapominania, funktory reprezentowalne, presnopy, snopy (zakładamy, że każdy snop jest snopem grup abelowych i że nad zbiorem pustym jest tylko cięcie zerowe), snopy funkcji ciągłych, gładkich, analitycznych, regularnych, funktory wierne, pełne, wiernie pełne.

2. **Przekształcenia naturalne**
   Morfizmy funktorów, przykłady, kategoria funktorów, lemat Yonedy, charakteryzacja izomorfizmu funktorów, równoważność kategorii, twierdzenie charakteryzujące funktory, które są równoważnościami kategorii.

3. Definicja funktora reprezentowalnego, produkt, koprodukt (definicje poprzez własność uniwersalną), przykłady produktów i koproduktów w kategoriach **Set**, **Top**, $\mathbf{Alg}_R$, **Ab**.

4. Definicja funktora lewo (prawo) dołączonego, funktory lewo-dołączone do funktorów zapominania, $M \otimes_R \cdot$ jest lewo-dołączony do h^M, twierdzenie charakteryzujące funktory dołączone.

5. **Granice**
   Granica odwrotna funktora (względem posetu), produkt jako granica odwrotna, produkt włóknisty, jądro, granica prosta funktora, koprodukt, koprodukt włóknisty, kojądro, granica systemu prostego, granica systemu odwrotnego, zachowywanie granic (definicja), funktor lewo-dołaczony zachowuje granice proste, prawo-dołączony zachowuje odwrotne.

6. Definicja Ab-kategorii, definicja kategorii addytywnej, definicja sumy prostej i jej własności, definicja kategorii abelowej, obraz, koobraz, przykłady kategorii abelowych, snopy jako kategoria abelowa, usnopienie presnopa, charakteryzacja jąder i kojąder w kategorii snopów.

7. Monomorfizmy, epimorfizmy, charakteryzacja monomorfizmów, epimorfizmów i izomorfizmów w kategorii abelowej, funktor reprezentowalny (z dowolnej kategorii) zachowuje granice odwrotne, definicja kompleksu (kołańcuchów) obiektów kategorii abelowej, kohomologie kompleksu, acykliczność, ciągi dokładne, funktory addytywne, dokładne, lewodokładne i prawodokładne, charakteryzacja acykliczności kompleksów typu $0 \to A \to B \to C \to 0$, krótkie ciągi dokładne, rozszczepialne krótkie ciągi dokładne, funktor addytywny jest prawo-dołączony $\Longrightarrow$ zachowuje granice odwrotne $\Longrightarrow$ zachowuje jądra $\Longrightarrow$ jest lewodokładny $\Longrightarrow$ zachowuje monomorfizmy, analogiczny fakt dla lewo-dołączonych.

8. Przykłady funktorów lewo-dokładnych i prawo-dokładnych (funktory reprezentowalne, iloczyn tensorowy, cięcia globalne, granice), charakteryzacja rozszczepialnych krótkich ciągów dokładnych, obiekty projektywne, injektywne, przykłady, obiekty projektywne i injektywne a rozszczepianie się ciągów dokładnych, kompleksy cyklów, rezolwenta projektywna, rezolwenta injektywna, dostatecznie dużo obiektów projektywnych (injektywnych), jeśli kategoria ma dostatecznbie dużo obiektów projektywnych (injektywnych), to każdy obiekt ma rezolwentę projektywną (injektywną), definicja lewych i prawych funktorów pochodnych, twierdzenie o istnieniu i jednoznaczności funktorów pochodnych, zgodność zerowego funktora pochodnego z funktorem wyjściowym a dokładność, długi ciąg dokładny funktorów pochodnych, w kategorii modułów istnieje dostatecznie wiele obiektów projektywnych i injektywnych, w kategorii snopów istnieje dostatecznie wiele obiektów injektywnych, definicje Ext, Tor, kohomologii snopów i kohomologii i homologii grup.

9. Grupy Ext a rozszerzenia (odpowiedniość).

10. **(Ko)homologie grup**
Interpretacja zerowych homologii i kohomologii grupy G o współczynnikach w G-module A, standardowa wolna G-rezolwenta $\mathbb{Z}$, G-rezolwenta $\mathbb{Z}$, gdy G jest skończoną grupą cykliczną, $H^1(G, A)$ a rozszczepienia ciągu produktu półprostego G i A, $H^2(G, A)$ a rozszerzenia A przez G z zadanym działaniem G na A, twierdzenie o mnożeniu w $H^n(G, A)$ przez rząd G, zastosowania kohomologii grup.

11. **Kohomologie snopów**
Topologiczne, gładkie, analityczne, algebraiczne wiązki wektorowe, odpowiedniość między wiązkami a układami funkcji przejścia spełniającymi warunek kocyklu, odpowiedniość między wiązkami a snopami lokalnie wolnymi, snopy odwracalne a wiązki liniowe, operacje na snopach (jak $\oplus, \otimes$), kohomologie de-Rhama, obiekty F-acykliczne, obliczanie funktorów pochodnych z rezolwent acyklicznych, przestrzenie opierścienione, snopy lokalnie stałe, snopy $\mathcal{R}$-modułów, snopy miękkie, każdy snop miękki jest acykliczny, każdy snop $\mathcal{C}_X$-modułów lub $\mathcal{C}_X^\infty$-modułów jest miękki, zgodność pomiędzy kohomologiami de-Rhama a kohomologiami snopa lokalnie stałego, snopy wiotkie, snopy wiotkie są miękkie, zgodność pomiędzy kohomologiami snopa lokalnie stałego A_X a kohomologiami singularnymi X o współczynnikach w A, kohomologie Čecha snopa, grupa Picarda rozmaitości algebraicznej izomorfizm pomiędzy grupą Picarda X a $H^1(X, \mathcal{O}_X^*)$.