

## ZAGADNIENIA NA EGZAMIN Z PIERŚCIENI DEDEKINDA

1. Twierdzenie Cayley'a-Hamiltona, elementy i rozszerzenia całkowite, charakteryzacja elementów całkowitych, normalizacja, pierścienie normalne, całkowite domknięcie przy rozszerzeniach rozdzielczych.
2. Pierścienie liczb całkowitych, własności rozszerzeń całkowitych, ideały w rozszerzeniach całkowitych, Lying Over, Going Up.
3. Tw. Artina o niezależności charakterów, ślad, moduły noetherowskie, pierścienie Dedekinda, ideały ułamkowe i działania na nich.
4. Tw. charakteryzujące pierścienie Dedekinda poprzez własności ideałów (ułamkowych). Ideały prymarne, ich własności, ideały prymarne w pierścieniach Dedekinda. Funkcja  $n_P$  wyznaczona przez ideał maksymalny w pierścieniu Dedekinda i jej własności.
5. Pierścienie Dedekinda i PID, kiedy całkowite domknięcie pierścienia Dedekinda jest pierścieniem Dedekinda. Grupa klas ideałów, charakteryzacja UFD Dedekinda. Grupa klas ideałów ciał liczbowych, norma.
6. Wielkie Twierdzenie Fermata i pierścienie Dedekinda, liczby pierwsze regularne, liczby Bernoulliego.
7. Grupa Picarda a grupa klas ciał, moduły odwracalne, moduły lokalnie wolne rangi 1. Zależności pomiędzy krzywymi algebraicznymi a pierścieniami Dedekinda oraz wiązkami a modułami odwracalnymi. Grupy abelowe uporządkowane, waluacje.
8. Pierścień waluacji, ideał waluacji, ciało reszt. Pierścienie waluacyjne a waluacje. Pierścienie DVR, charakteryzacja.
9. Normy archimedesowe i niearchimedesowe, metryka wyznaczona przez normę, uzupełnienie. Uzupełnienie pierścienia względem ideału, związki z uzupełnieniem względem waluacji. Tw. Ostrowskiego. Waluacje a ideały maksymalne w pierścieniach Dedekinda. Indeksy  $e_i, f_i$ , związek ze stopniem rozszerzenia.
10. Różne (równoważne) definicje normy dla elementów i ideałów. Pierścienie Dedekinda a krzywe nieosobliwe, waluacje a stopnie zer i biegunów.
11. Waluacje dyskretne, wybór reprezentantów, tw. o jednoznaczności przedstawienia w postaci szeregu, tw. o jednoznaczności i istnieniu mnożliwego wyboru reprezentantów. Tw. charakteryzujące ciała zupełne charakterystyki  $(p, p)$ .
12. Lemat Hensela, tw. charakteryzujące ciała zupełne charakterystyki  $(0, 0)$ . Wielomiany Wittta, wielomiany  $S_n, P_n, W_n$ , pierścienie Wittta  $W(R)$  i  $W_n(R)$ .
13. Całkowitość współczynników  $S_n, P_n, W_n$ , własności pierścieni  $W(k)$  dla doskonałych ciał  $k$  charakterystyki dodatniej. Twierdzenie charakteryzujące pewne ciała zupełne charakterystyki  $(0, p)$ .