

Geometria Algebraiczna 2, Lista 6

Niech $f : X \rightarrow Y$ będzie morfizmem schematów i K ciałem.

1. Niech $A \rightarrow B$ będzie morfizmem w kategorii \mathcal{C} . Zdefiniować functor rozszerzenia bazy $\mathcal{C}_B \rightarrow \mathcal{C}_A$.
2. Niech $y \in Y$ i schemat X_y będzie włóknem f . Udowodnić, że $\text{sp}(X_y)$ jest homeomorficzna z $f^{-1}(y)$.
3. Udowodnić, że istnieje dokładnie jeden morfizm $X \rightarrow \text{Spec}(\mathbb{Z})$.
4. Załóżmy, że X jest schematem skończonego typu nad K . Udowodnić, że następujące warunki są równoważne (mówimy wtedy, że X jest *geometrycznie nierozkładalny*):
 - (a) $X \times_K K^{\text{alg}}$ jest nierozkładalny,
 - (b) $X \times_K K^{\text{sep}}$ jest nierozkładalny,
 - (c) $X \times_K L$ jest nierozkładalny dla każdego rozszerzenia ciał $K \subseteq L$.
5. Załóżmy, że X jest schematem skończonego typu nad K . Udowodnić, że następujące warunki są równoważne (mówimy wtedy, że X jest *geometrycznie zredukowany*):
 - (a) $X \times_K K^{\text{alg}}$ jest zredukowany,
 - (b) $X \times_K K_p$ jest zredukowany, gdzie K_p oznacza doskonale domknięcie K ,
 - (c) $X \times_K L$ jest zredukowany dla każdego rozszerzenia ciał $K \subseteq L$.