

## EGZAMIN Z ANALIZY MATEMATYCZNEJ (CZĘŚĆ 2)

ZA KAŻDE ZADANIE MOŻNA DOSTAĆ OD 0 DO 5 PUNKTÓW. DRUGA CZĘŚĆ EGZAMINU TRWA 80 MINUT (11:40 - 13:00).

POWODZENIA!

---

IMIĘ I NAZWISKO:

---

**ZADANIE 6:** Wyznacz granicę ciągu zadanego wzorem

$$\frac{n\sqrt{n^4+3}}{\sqrt[3]{2n^{15}+1}} + \frac{n\sqrt{n^4+6}}{\sqrt[3]{2n^{15}+4}} + \frac{n\sqrt{n^4+9}}{\sqrt[3]{2n^{15}+9}} + \frac{n\sqrt{n^4+12}}{\sqrt[3]{2n^{15}+16}} + \dots + \frac{n\sqrt{n^4+6n^2-3}}{\sqrt[3]{2n^{15}+(2n^2-1)^2}} + \frac{n\sqrt{n^4+6n^2}}{\sqrt[3]{2n^{15}+4n^4}}$$

---

IMIĘ I NAZWISKO:

---

### ZADANIE 7:

1. Zbadaj dla jakich parametrów  $a, b \in \mathbb{R}$  ciągła jest funkcja

$$f(x) = \begin{cases} b + \arctan\left(\frac{1}{x}\right), & \text{dla } x < 0 \\ (a^2 + b)/3 & \text{dla } x = 0 \\ \frac{\sin(a^2 x)}{x} & \text{dla } x > 0 \end{cases}$$

2. Zbadaj dla jakich parametrów  $c$  ciągła jest funkcja

$$g(x) = c^2 3^{\{x\}} + c 5^{\{-x\}}$$

---

IMIĘ I NAZWISKO:

---

**ZADANIE 8:** Znajdź wszystkie liczby naturalne  $n$ , które spełniają

$$3 \cdot \binom{2n}{n} \leq 2^{2n}.$$

Udowodnij swoją tezę.

---

IMIĘ I NAZWISKO:

---

### ZADANIE 9:

1. Znajdź promień zbieżności szeregu ( $x \in \mathbb{R}$ )

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)!!}{n^{n+2}} x^{3n}$$

2. Dla jakich liczb zespolonych  $z \in \mathbb{C}$  poniższy szereg jest zbieżny

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(iz-1)^n}{n^2}$$

---

IMIĘ I NAZWISKO:

---

**ZADANIE 10:** Niech  $f$  będzie funkcją zadaną wzorem

$$f(x) = \frac{1}{x^2}.$$

Pokaż, że dla wszystkich  $x, y \geq 3$  zachodzi nierówność

$$|f(x) - f(y)| \leq \frac{2}{27}|x - y|.$$