

Rozważmy trójkąt $\triangle ABC$, w którym wpisany jest prostokąt tak, że jeden bok prostokąta jest częścią podstawy trójkąta, np. boku AB . Znaleźć pole prostokąta o największym możliwym polu.

Rozwiązanie

Niech h oznacza wysokość trójkąta z wierzchołką C . Niech x i y oznaczają boki prostokąta, przy czym x leży w AB . Niech D i E będą wierzchołkami prostokąta leżącymi na AC i BC odpowiednio. Wtedy trójkąt $\triangle DEC$ jest podobny do $\triangle ABC$. Wysokość trójkąta $\triangle DEC$ wynosi $h - y$. Zatem z podobieństwa mamy

$$\frac{x}{c} = \frac{h - y}{h}.$$

Stąd

$$y = \frac{h}{c}(c - x).$$

Wtedy pole prostokąta wynosi

$$xy = \frac{h}{c}x(c - x)$$

i maksymalna wartość jest przyjęta dla $x = c/2$.