

1. Pokazać, że iloczyn

$$\prod_{n=1}^{\infty} \frac{\log(1+x_n)}{x_n}, \quad x_n > 0$$

jest zbieżny wtedy i tylko wtedy, gdy

$$\sum_{n=1}^{\infty} x_n < \infty.$$

2. Pokazać, że iloczyn

$$\prod_{n=1}^{\infty} \frac{\log(1+x_n)}{x_n}, \quad -1 < x_n < 0$$

jest zbieżny wtedy i tylko wtedy, gdy

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-x_n) < \infty.$$

3. Zbadać zbieżność iloczynu

$$\prod_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} n \log \left[ 1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n} \right].$$

4. Pokazać, że iloczyn

$$\prod_{n=1}^{\infty} [1 + (-1)^n a_n], \quad 1 > a_n \searrow 0,$$

jest zbieżny wtedy i tylko wtedy, gdy

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 < \infty.$$