Możemy założyć, że $0 \leqslant A, \ A_n \leqslant I$. Ustalmy $\varepsilon > 0$. Dla operatora $0 \leqslant B \leqslant I$ mamy

$$\sqrt{B} = I - \sum_{k=1}^{\infty} c_k (I - B)^k,$$

gdzie liczby c_n są dodatnie oraz $\sum_{k=1}^{\infty} c_k = 1$. Istnieje zatem N takie, że

$$\sum_{k=N+1}^{\infty} c_k < \frac{1}{4}\varepsilon.$$

Oznaczmy

$$P_N(x) = 1 - \sum_{k=1}^{N} c_k (1 - x)^k.$$

Wtedy

$$\|\sqrt{A_n} - \sqrt{A}\| \leqslant \|P_N(A_n) - P_N(A)\| + \frac{1}{2}\varepsilon$$

oraz dla $\|v\| \leqslant 1$

$$\|\sqrt{A_n}v - \sqrt{A}v\| \leqslant \|P_N(A_n)v - P_N(A)v\| + \frac{1}{2}\varepsilon$$

Załóżmy, że $A_n \to A$ w normie operatorowej. Wtedy $A_n^k \to A^k$ w normie operatorowej dla każdego k. Stąd $P_N(A_n)$ dąży do $P_N(A)$ w normie operatorowej. Istnieje wtedy n_0, że dla $n \geqslant n_0$ zachodzi

$$\|P_N(A_n) - P_N(A)\| < \frac{1}{2}\varepsilon.$$

Wtedy dla $n \geqslant n_0$

$$\|\sqrt{A_n} - \sqrt{A}\| < \varepsilon.$$

Jeśli $A_n \to A$ mocno to również $P_N(A_n) \to P_N(A)$ mocno, gdy $n \to \infty$. Wtedy dla ustalonego v spełniającego $\|v\| \leqslant 1$ istnieje n_0, że dla $n \geqslant n_0$ mamy

$$\|P_N(A_n)v - P_N(A)v\| < \frac{1}{2}\varepsilon.$$

Zatem dla $n \geqslant n_0$

$$\|\sqrt{A_n}v - \sqrt{A}v\| < \varepsilon.$$