

Dla liczb rzeczywistych  $b_1, b_2, \dots$  i liczb dodatnich  $a_1, a_2, \dots$  rozważamy macierze

$$A_n = \begin{pmatrix} b_1 & a_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_1 & b_2 & a_2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_2 & b_3 & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & b_{n-1} & a_{n-1} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & a_{n-1} & b_n \end{pmatrix}.$$

Pokazać, że macierz  $A_n$  ma  $n$  różnych rzeczywistych wartości własnych. Pokazać, że pomiędzy dwoma kolejnymi wartościami własnymi macierzy  $A_n$  znajduje się jedna wartość własna macierzy  $A_{n-1}$ .