Test z analizy IB do samodzielnego rozwiązania
R. Szwarc

Które z następujących stwierdzeń są prawdziwe a które nieprawdziwe.

1. Każdy ciąg jest albo rosnący albo malejący.
2. Każdy ciąg jest albo rosnący albo malejący, od pewnego miejsca.
3. Każdy ciąg rozbieżny do nieskończoności jest rosnący.
4. Każdy ciąg rozbieżny do nieskończoności jest rosnący od pewnego miejsca.
5. Każdy ciąg jest ograniczony od góry lub od dołu.
6. Każdy ciąg monotoniczny jest ograniczony od góry lub od dołu.
$*$**7.** Jeśli $\lim_n a_{kn} = a$ dla każdej liczby $k \geqslant 2$, to ciąg a_n jest zbieżny do a.
8. Jeśli $\lim_n a_n = a$, to $\lim_n a_{n^2-1} = a^2 - 1$.
9. Nie istnieje ciąg taki, że $\lim_n a_n = a$ oraz $\lim_n a_{n^6} = a^6$.
10. Każdy ciąg rozbieżny do nieskończoności jest nieujemny.
11. Każdy ciąg rozbieżny do nieskończoności ma skończenie wiele wyrazów ujemnych.
12. Każdy ciąg zbieżny do liczby 10^{-2005} ma skończenie wiele wyrazów ujemnych.
13. Nie istnieje ciąg, dla którego każda liczba z przedziału $[0, 1]$ jest punktem skupienia.
$*$**14.** Jeśli liczby 0 i 1 są punktami skupienia ciągu a_n oraz $\lim_n (a_{n+1} - a_n) = 0$, to również liczba $1/2$ jest punktem skupienia tego ciągu.
15. Każdy ciąg rozbieżny do minus nieskończoności jest ograniczony od góry.
16. Każdy szereg rozbieżny do nieskończoności ma wszystkie wyrazy nieujemne.
17. Jeśli wyrazy szeregu zbieżnego są dodatnie, to tworzą ciąg malejący do 0.
18. Jeśli szereg o wyrazach dodatnich jest zbieżny, to $a_n \leqslant \frac{1}{n}$ dla nieskończenie wielu n.
19. Jeśli szereg o wyrazach dodatnich jest zbieżny, to $a_n \geqslant \frac{1}{n}$ dla skończenie wielu n.
20. Jeśli $a_n \leqslant \frac{1}{2^n}$, to szereg $\sum a_n$ jest zbieżny.
$*$**21.** Nie istnieje ciąg malejący a_n i zbieżny do 0 taki, że szereg $\sum a_n$ jest rozbieżny a szereg $\sum \min\left(a_n, \frac{1}{n}\right)$ jest zbieżny.
22. Jeśli $a_n > -\frac{1}{n}$, to szereg $\sum a_n$ jest rozbieżny.
23. Każdy szereg rozbieżny do nieskończoności ma co najwyżej skończenie wiele wyrazów ujemnych.
24. Każdy szereg rozbieżny do nieskończoności ma nieskończenie wiele wyrazów dodatnich.
25. Każdy szereg zbieżny warunkowo ma nieskończenie wiele wyrazów dodatnich i nieskończenie wiele wyrazów ujemnych.
26. Jeśli $a_n \neq 0$ oraz $\lim_n \frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$, to szereg $\sum a_n$ jest zbieżny.
27. Jeśli a_n jest zbieżny do 0, to sumy częściowe szeregu $\sum a_n$ tworzą ciąg ograniczony.
$*$**28.** Istnieje ciąg dodatni a_n taki, że dla każdych ciągów $0 < b_n < a_n < c_n$ szereg $\sum b_n$ jest zbieżny a szereg $\sum c_n$ rozbieżny.
29. Jeśli a_n jest zbieżny do 0 oraz $(-1)^n a_n > 0$, to sumy częściowe szeregu $\sum a_n$ tworzą ciąg ograniczony.
30. Jeśli sumy częściowe szeregu $\sum a_n$ tworzą ciąg ograniczony, to a_n jest zbieżny do 0.
31. Jeśli sumy częściowe szeregu $\sum a_n$ tworzą ciąg rosnący i ograniczony, to ciąg a_n jest zbieżny do 0.
32. Jeśli szereg $\sum a_n$ jest zbieżny to zbieżny jest też szereg $\sum a_{n+1}$.
33. Jeśli szereg $\sum a_n$ jest zbieżny to zbieżny jest też szereg $\sum a_{2n}$.
34. Jeśli szereg $\sum a_n$ jest zbieżny to zbieżny jest też szereg $\sum a_{n^2}$.
$*$**35.** Numery zadań z gwiazdką tworzą skończony ciąg arytmetyczny.