

Mamy

$$\sqrt{x} = 1 - \sum_{k=1}^{\infty} c_k (1-x)^k, \quad 0 < x < 2$$

gdzie $c_k > 0$ oraz $\sum c_k < \infty$.

Niech $\|A_n\| \leq 1$ oraz $\|A\| \leq 1$. Dla $\delta > 0$ wybieramy K , że

$$\sum_{k=K+1}^{\infty} c_k < \delta.$$

Oznaczmy

$$B = I - \sum_{k=1}^K c_k (I - A)^k, \quad B_n = I - \sum_{k=1}^K c_k (I - A_n)^k.$$

Wtedy

$$\|\sqrt{A} - B\| < \delta, \quad \|\sqrt{A_n} - B_n\| < \delta.$$

Zatem

$$\|\sqrt{A_n} - \sqrt{A}\| \leq 2\delta + \|B_n - B\|.$$

Ale $\|B_n - B\| \rightarrow 0$ dla $n \rightarrow \infty$. Zatem

$$\limsup \|\sqrt{A_n} - \sqrt{A}\| \leq 2\delta.$$

Ponieważ $\delta > 0$ jest dowolna, to otrzymujemy tezę. Wszystkie pozostałe podpunkty można zrobić w ten sposób.