Pisemny egzamin dyplomowy

na Uniwersytecie Wrocławskim

na kierunku matematyka

część II

specjalność ekonomiczna

20 czerwca 2002

1. Fabryka produkuje dwa wyroby A i B, zużywając do tego celu trzy rodzaje surowców S_1, S_2 i S_3, których dobowe zasoby wynoszą odpowiednio 32 jednostki surowca S_1, 60 jednostek surowca S_2 oraz 53 jednostki surowca S_3.

(a) Ułożyć plan produkcji gwarantujący fabryce maksymalny zysk, wiedząc, że zysk jednostkowy z tytułu produkcji wyrobu A wynosi 40 zł, a wyrobu B wynośi 100 zł. Jednostkowe zużycie surowców przy produkcji wyrobów A i B podane jest w nastepującej tabelce.

	S_1	S_2	S_3
A	4	3	8
B	4	15	4

(b) Co można powiedzieć o zużyciu surowców w produkcji optymalizującej zysk?

2. Liczba szkód generowanych przez pewną grupę ryzyk w ciągu miesiąca ma rozkład Poissona z wartością oczekiwaną 33,33. Wysokość pojedynczej szkody ma rozkład prawdopodobieństwa o wartości oczekiwanej 8 i odchyleniu standardowym 6. Wysokość szkód i liczby szkód w kolejnych miesiącach są niezależne. Niech S_{12} oznacza łączną wartość szkód w ciągu roku.
Niech q będzie liczbą taką, że $P(S_{12} > q) = 0{,}95$. Stosując aproksymację normalną, wylicz q. Wsk. Dla rozkładu normalnego

$$\Phi(z) = 0{,}95,$$

dla $z = 1{,}645$.

3. Zakładamy następujący model: natężenie zgonów jest stałe i wynosi $\mu > 0$ oraz siła stopy procentowej jest stała i wynosi $\delta > 0$.

(a) Napisz prawdopodobieństwo ${}_tp_x$, że x-latek przeżyje czas t.

(b) Oblicz terminową rentę życiową płatną ciągle $\bar{a}_{x:\overline{n}|}$.

(c) Pokaż, że ta renta $\bar{a}_{x:\overline{n}|}$ jest równa rencie pewnej $\bar{a}_{\overline{n}|}$ obliczonej przy innej sile procentowej δ' oraz podaj δ'.

4. Rozwiąż równanie

$$y'' - 2y' + y = 0,$$

przy warunku początkowym $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

5. W partii towaru, który przypuszczalnie zawiera 10% braków, znaleziono 71 braków w próbce złożonej z 500 elementów. Sprawdzić, na poziomie istotności $\alpha = 0{,}05$, prawdziwość hipotezy orzekającej, że w partii tej jest istotnie 10% braków.
Skorzystać z odpowiedniego przybliżenia rozkładem normalnym oraz z podanej tablicy dystrybuanty standardowego rozkładu normalnego.

Rozkład normalny; $\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{t} e^{-x^2/2} dx$

t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$
0	0,5000	0,4	0,6554	0,8	0,7881	1,2	0,8849	1,6	0,9452
0,01	0,5040	0,41	0,6591	0,81	0,7910	1,21	0,8869	1,61	0,9463
0,02	0,5080	0,42	0,6628	0,82	0,7939	1,22	0,8888	1,62	0,9474
0,03	0,5120	0,43	0,6664	0,83	0,7967	1,23	0,8907	1,63	0,9484
0,04	0,5160	0,44	0,6700	0,84	0,7995	1,24	0,8925	1,64	0,9495
0,05	0,5199	0,45	0,6736	0,85	0,8023	1,25	0,8944	1,65	0,9505
0,06	0,5239	0,46	0,6772	0,86	0,8051	1,26	0,8962	1,66	0,9515
0,07	0,5279	0,47	0,6808	0,87	0,8078	1,27	0,8980	1,67	0,9525
0,08	0,5319	0,48	0,6844	0,88	0,8106	1,28	0,8997	1,68	0,9535
0,09	0,5359	0,49	0,6879	0,89	0,8133	1,29	0,9015	1,69	0,9545
0,1	0,5398	0,5	0,6915	0,9	0,8159	1,3	0,9032	1,7	0,9554
0,11	0,5438	0,51	0,6950	0,91	0,8186	1,31	0,9049	1,71	0,9564
0,12	0,5478	0,52	0,6985	0,92	0,8212	1,32	0,9066	1,72	0,9573
0,13	0,5517	0,53	0,7019	0,93	0,8238	1,33	0,9082	1,73	0,9582
0,14	0,5557	0,54	0,7054	0,94	0,8264	1,34	0,9099	1,74	0,9591
0,15	0,5596	0,55	0,7088	0,95	0,8289	1,35	0,9115	1,75	0,9599
0,16	0,5636	0,56	0,7123	0,96	0,8315	1,36	0,9131	1,76	0,9608
0,17	0,5675	0,57	0,7157	0,97	0,8340	1,37	0,9147	1,77	0,9616
0,18	0,5714	0,58	0,7190	0,98	0,8365	1,38	0,9162	1,78	0,9625
0,19	0,5753	0,59	0,7224	0,99	0,8389	1,39	0,9177	1,79	0,9633
0,2	0,5793	0,6	0,7257	1	0,8413	1,4	0,9192	1,8	0,9641
0,21	0,5832	0,61	0,7291	1,01	0,8438	1,41	0,9207	1,81	0,9649
0,22	0,5871	0,62	0,7324	1,02	0,8461	1,42	0,9222	1,82	0,9656
0,23	0,5910	0,63	0,7357	1,03	0,8485	1,43	0,9236	1,83	0,9664
0,24	0,5948	0,64	0,7389	1,04	0,8508	1,44	0,9251	1,84	0,9671
0,25	0,5987	0,65	0,7422	1,05	0,8531	1,45	0,9265	1,85	0,9678
0,26	0,6026	0,66	0,7454	1,06	0,8554	1,46	0,9279	1,86	0,9686
0,27	0,6064	0,67	0,7486	1,07	0,8577	1,47	0,9292	1,87	0,9693
0,28	0,6103	0,68	0,7517	1,08	0,8599	1,48	0,9306	1,88	0,9699
0,29	0,6141	0,69	0,7549	1,09	0,8621	1,49	0,9319	1,89	0,9706
0,3	0,6179	0,7	0,7580	1,1	0,8643	1,5	0,9332	1,9	0,9713
0,31	0,6217	0,71	0,7611	1,11	0,8665	1,51	0,9345	1,91	0,9719
0,32	0,6255	0,72	0,7642	1,12	0,8686	1,52	0,9357	1,92	0,9726
0,33	0,6293	0,73	0,7673	1,13	0,8708	1,53	0,9370	1,93	0,9732
0,34	0,6331	0,74	0,7704	1,14	0,8729	1,54	0,9382	1,94	0,9738
0,35	0,6368	0,75	0,7734	1,15	0,8749	1,55	0,9394	1,95	0,9744
0,36	0,6406	0,76	0,7764	1,16	0,8770	1,56	0,9406	1,96	0,9750
0,37	0,6443	0,77	0,7794	1,17	0,8790	1,57	0,9418	1,97	0,9756
0,38	0,6480	0,78	0,7823	1,18	0,8810	1,58	0,9429	1,98	0,9761
0,39	0,6517	0,79	0,7852	1,19	0,8830	1,59	0,9441	1,99	0,9767