Pisemny egzamin dyplomowy

na Uniwersytecie Wrocławskim

na kierunku matematyka

część II

specjalność nauczycielska

20 czerwca 2002

1. Rozwiązać równanie $y'' - 2y' + y = 0$ przy warunku początkowym $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

2. Uzasadnić, wprost z definicji, że $\sqrt{11 + 6\sqrt{2}}$ jest liczbą algebraiczną.

3. Niech J oznacza jednokładność o skali 3 i środku w punkcie $P = (0,0)$ oraz niech T oznacza przesunięcie o wektor $[4,3]$. Uzasadnić, że złożenie $J \circ T$ jest jednokładnością. Wyznaczyć jej środek i skalę.

4. (Przyjmujemy, że Ziemia jest kulą.) Niech współrzędne geograficzne punktów A, B wynoszą: $A = (10^o E, 45^o N), B = (100^o E, 45^o N)$. Znaleźć stosunek długości najkrótszej drogi (na sferze) od A do B, do długości łuku AB równoleżnika, na którym leżą.

5. W partii towaru, która przypuszczalnie zawiera 10% braków, znaleziono 71 braków w próbce złożonej z 500 elementów. Sprawdzić na poziomie istotności $\alpha = 0{,}05$ hipotezę orzekającą, że w partii tej jest istotnie 10% braków.
Skorzystać z odpowiedniego przybliżenia rozkładem normalnym oraz z podanej tablicy dystrybuanty standardowego rozkładu normalnego.

Rozkład normalny; $\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{t} e^{-x^2/2} dx$

t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$
0	0,5000	0,4	0,6554	0,8	0,7881	1,2	0,8849	1,6	0,9452
0,01	0,5040	0,41	0,6591	0,81	0,7910	1,21	0,8869	1,61	0,9463
0,02	0,5080	0,42	0,6628	0,82	0,7939	1,22	0,8888	1,62	0,9474
0,03	0,5120	0,43	0,6664	0,83	0,7967	1,23	0,8907	1,63	0,9484
0,04	0,5160	0,44	0,6700	0,84	0,7995	1,24	0,8925	1,64	0,9495
0,05	0,5199	0,45	0,6736	0,85	0,8023	1,25	0,8944	1,65	0,9505
0,06	0,5239	0,46	0,6772	0,86	0,8051	1,26	0,8962	1,66	0,9515
0,07	0,5279	0,47	0,6808	0,87	0,8078	1,27	0,8980	1,67	0,9525
0,08	0,5319	0,48	0,6844	0,88	0,8106	1,28	0,8997	1,68	0,9535
0,09	0,5359	0,49	0,6879	0,89	0,8133	1,29	0,9015	1,69	0,9545
0,1	0,5398	0,5	0,6915	0,9	0,8159	1,3	0,9032	1,7	0,9554
0,11	0,5438	0,51	0,6950	0,91	0,8186	1,31	0,9049	1,71	0,9564
0,12	0,5478	0,52	0,6985	0,92	0,8212	1,32	0,9066	1,72	0,9573
0,13	0,5517	0,53	0,7019	0,93	0,8238	1,33	0,9082	1,73	0,9582
0,14	0,5557	0,54	0,7054	0,94	0,8264	1,34	0,9099	1,74	0,9591
0,15	0,5596	0,55	0,7088	0,95	0,8289	1,35	0,9115	1,75	0,9599
0,16	0,5636	0,56	0,7123	0,96	0,8315	1,36	0,9131	1,76	0,9608
0,17	0,5675	0,57	0,7157	0,97	0,8340	1,37	0,9147	1,77	0,9616
0,18	0,5714	0,58	0,7190	0,98	0,8365	1,38	0,9162	1,78	0,9625
0,19	0,5753	0,59	0,7224	0,99	0,8389	1,39	0,9177	1,79	0,9633
0,2	0,5793	0,6	0,7257	1	0,8413	1,4	0,9192	1,8	0,9641
0,21	0,5832	0,61	0,7291	1,01	0,8438	1,41	0,9207	1,81	0,9649
0,22	0,5871	0,62	0,7324	1,02	0,8461	1,42	0,9222	1,82	0,9656
0,23	0,5910	0,63	0,7357	1,03	0,8485	1,43	0,9236	1,83	0,9664
0,24	0,5948	0,64	0,7389	1,04	0,8508	1,44	0,9251	1,84	0,9671
0,25	0,5987	0,65	0,7422	1,05	0,8531	1,45	0,9265	1,85	0,9678
0,26	0,6026	0,66	0,7454	1,06	0,8554	1,46	0,9279	1,86	0,9686
0,27	0,6064	0,67	0,7486	1,07	0,8577	1,47	0,9292	1,87	0,9693
0,28	0,6103	0,68	0,7517	1,08	0,8599	1,48	0,9306	1,88	0,9699
0,29	0,6141	0,69	0,7549	1,09	0,8621	1,49	0,9319	1,89	0,9706
0,3	0,6179	0,7	0,7580	1,1	0,8643	1,5	0,9332	1,9	0,9713
0,31	0,6217	0,71	0,7611	1,11	0,8665	1,51	0,9345	1,91	0,9719
0,32	0,6255	0,72	0,7642	1,12	0,8686	1,52	0,9357	1,92	0,9726
0,33	0,6293	0,73	0,7673	1,13	0,8708	1,53	0,9370	1,93	0,9732
0,34	0,6331	0,74	0,7704	1,14	0,8729	1,54	0,9382	1,94	0,9738
0,35	0,6368	0,75	0,7734	1,15	0,8749	1,55	0,9394	1,95	0,9744
0,36	0,6406	0,76	0,7764	1,16	0,8770	1,56	0,9406	1,96	0,9750
0,37	0,6443	0,77	0,7794	1,17	0,8790	1,57	0,9418	1,97	0,9756
0,38	0,6480	0,78	0,7823	1,18	0,8810	1,58	0,9429	1,98	0,9761
0,39	0,6517	0,79	0,7852	1,19	0,8830	1,59	0,9441	1,99	0,9767