

1. Rozwiązać równanie $y'' - y' + y = 0$ przy warunku początkowym $y(0) = 1, y'(0) = 0$.

2. Niech $[a_n, b_n]$, gdzie $a_n, b_n \in \mathbb{R}$ będą przedziałami z metody znajdowania rozwiązania równania

$$f(x) = 0$$

przez „połowienie przedziału”. Udowodnić, że dla $r \in \mathbb{R}$ spełniającego $f(r) = 0$ zachodzi:

$$\{r\} = \bigcap_{n=1}^{\infty} [a_n, b_n].$$

3. Niech

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Przedstawić macierz A w postaci iloczynu

$$A = LU,$$

gdzie L jest macierzą trójkątną dolnie, a U – trójkątną górną. Czy dla macierzy A istnieje rozkład *Choleskiego* ?

4. Niech będzie dana następująca deklaracja funkcji *rekurencyjnej*

```
int F(int n)
{
    if(2<n)
        return 2.0*F(n-1)+F(n-2);
    return 1;
}
```

Wypisać, co pojawi się na ekranie po wykonaniu następującego fragmentu kodu

```
int n;

for(n=1;n<20;++n)
    printf("%i\n",F(n));
```

Podać „matematyczną” definicję ciągu określonego przez tę funkcję.

5. Dla punktów o współrzędnych

$(1,1), (1,2), (2,2), (2,3), (3,1), (4,3), (4,4)$

wyznaczyć metodą najmniejszych kwadratów równanie prostej regresji.