

1. Dowieść, że liczba  $\log_{36} 30$  jest niewymierna.
2. Rozstrzygnąć, dla której wartości parametru  $A$  funkcja

$$f_A(x) = \begin{cases} \frac{e^{3x} - 3e^x + 2}{x^2} & \text{dla } x \neq 0 \\ A & \text{dla } x = 0 \end{cases}$$

jest różniczkowalna w zerze i obliczyć  $f'_A(0)$  dla tej wartości parametru  $A$ .

3. Obliczyć całkę

$$\int_{-1}^1 \int_{|x|}^{\sqrt{2-x^2}} x^2 + y^2 dy dx.$$

4. Udowodnić, że wektory

$$v_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix},$$

są liniowo zależne w  $\mathbb{R}^4$  i znaleźć ogólną postać liczb  $c_1, c_2, c_3, c_4$  spełniających warunek

$$c_1 v_1 + c_2 v_2 + c_3 v_3 + c_4 v_4 = 0.$$

5. Wyznaczyć największy wspólny dzielnik wielomianów

$$w(x) = x^4 + 4 \quad \text{oraz} \quad v(x) = x^3 + x^2 - 2.$$

6. Studenci zdają egzamin testowy złożony z 40 pytań, gdzie do każdego pytania podane są 4 odpowiedzi, z których dokładnie jedna jest poprawna. Pewien student zna odpowiedzi na połowę zadanych pytań, w  $1/8$  pytań może wyeliminować dwie odpowiedzi, nie wie nic w przypadku  $3/8$  pytań. Jakie jest prawdopodobieństwo, że

- (a) student odpowie prawidłowo na losowo wybrane pytanie tego testu,
- (b) student odpowie prawidłowo na dokładnie 21 pytań ?