

1. Czy prawdą jest, że

- a) $\exists_{x \in \mathbb{R}} \forall_{y \in \mathbb{R}} (y > x \Rightarrow y > -x)$;
- b) $\forall_{y \in \mathbb{R}} \exists_{x \in \mathbb{R}} (y > x \Rightarrow y > -x)$;
- c) $\forall_{x \in \mathbb{R}} \exists_{y \in \mathbb{R}} (y > x \Rightarrow y > -x)$;
- d) $\exists_{y \in \mathbb{R}} \forall_{x \in \mathbb{R}} (y > x \Rightarrow y > -x)$?

2. Czy ciąg (a_n) określony podanym wzorem ma granicę równą 1

- a) $a_n = \frac{2^n + 3^n}{3^n + 5^n}$;
- b) $a_n = \frac{2^n + 5^n}{3^n + 4^n}$;
- c) $a_n = \frac{2^n + 3^n}{2^n + 5^n}$;
- d) $a_n = \frac{2^n + 5^n}{3^n + 5^n}$?

3. Czy dla dowolnej liczby całkowitej n zachodzi równość

- a) $\sin \frac{n\pi}{2} = (-1)^n$;
- b) $\cos \frac{n\pi}{3} = \frac{(-1)^{n+1}}{2}$;
- c) $\sin \frac{n\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} (-1)^n$;
- d) $\cos n\pi = (-1)^n$?

4. Przyjmijmy oznaczenie $P(a, b) = \{x^2 : a \leq x \leq b\}$. Czy wtedy

- a) $3 \in P(1, 2)$;
- b) $1 \in P(-2, 3)$;
- c) $4 \in P(-3, -2)$;
- d) $2 \in P(-1, 1)$?

5. Czy szereg $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ jest zbieżny, jeśli

- a) $a_n = \frac{1}{n\sqrt{n+1}}$;
- b) $a_n = n \cdot (-1)^n$;
- c) $a_n = \frac{1}{\sqrt{n+1}}$;
- d) $a_n = \frac{(-1)^n}{n+1}$?

6. Czy dla dowolnej funkcji różniczkowalnej $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zachodzi wy-nikanie

- a) jeżeli f jest nieparzysta, to f' jest nieparzysta;
- b) jeżeli f jest parzysta, to f' jest parzysta;
- c) jeżeli f jest nieparzysta, to f' jest parzysta;
- d) jeżeli f jest parzysta, to f' jest nieparzysta?

7. Czy dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y zachodzi nierówność

- a) $|x+y| - |y| \leq |x|$;
- b) $|x+y| \leq |x| + |y|$;
- c) $|x-y| - |y| \leq |x|$;
- d) $|x-y| \leq |x| - |y|$?

8. Szereg potęgowy $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ jest zbieżny dla $x = -3$ i rozbieżny dla $x = 5$. Czy stąd wynika, że

- a) szereg jest rozbieżny dla $x = -6$;
- b) szereg jest rozbieżny dla $x = 4$;
- c) szereg jest zbieżny dla $x = 3$;
- d) szereg jest zbieżny dla $x = 2$?

9. Czy poprawnie dokonano zmiany kolejności całkowania

a) $\int_{-2}^0 \int_{x^2}^4 f(x,y) dy dx = \int_{-4}^0 \int_{-\sqrt{y}}^0 f(x,y) dx dy;$

b) $\int_0^2 \int_0^{x^2} f(x,y) dy dx = \int_0^4 \int_0^{\sqrt{y}} f(x,y) dx dy;$

c) $\int_{-2}^0 \int_0^{x^2} f(x,y) dy dx = \int_0^4 \int_{-2}^{-\sqrt{y}} f(x,y) dx dy;$

d) $\int_0^2 \int_{x^2}^4 f(x,y) dy dx = \int_0^4 \int_{\sqrt{y}}^2 f(x,y) dx dy?$

10. Czy nierówność $\log_a 3 > \log_a 2$ jest prawdziwa dla

- a) $a = 3;$
- b) $a = 2;$
- c) $a = 1/2;$
- d) $a = 1/3?$

11. Niech

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & 10 \\ 11 & 12 & \dots & 20 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 91 & 92 & \dots & 100 \end{pmatrix}$$

będzie macierzą 10×10 , w której kolejno wypisano liczby od 1 do 100.

Czy rząd macierzy A

- a) przy dzieleniu przez 4 daje resztę 1;
- b) jest mniejszy niż 8;
- c) jest większy niż 3;
- d) jest liczbą parzystą?

12. Czy podany pierścień jest ciałem

- a) pierścień liczb wymiernych z dodawaniem i mnożeniem ;
- b) pierścień liczb zespolonych z dodawaniem i mnożeniem ;
- c) pierścień liczb całkowitych z dodawaniem i mnożeniem ;
- d) pierścień wielomianów jednej zmiennej o współczynnikach rzeczywistych z dodawaniem i mnożeniem ?

13. Czy w grupie $\{1, 3, 5, 7\}$ z mnożeniem modulo 8 istnieje element rzędu

- a) 1 ;
- b) 3 ;
- c) 4 ;
- d) 2 ?

14. Czy jedną z wartości własnych macierzy $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ jest

liczba

- a) -4 ;
- b) -3 ;
- c) 2 ;
- d) 1 ?

15. Niech $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$. Czy wtedy

- a) $z^{19} = z^7$;
- b) $z^{18} = -1$;
- c) $z^{17} = z^2$;
- d) $z^{16} = iz$?

16. Dany jest układ pięciu równań liniowych z trzema niewiadomymi x, y, z . Wiadomo, że jednym z równań układu jest równanie

$$x + y + z = 3$$

oraz, że trójki $(x, y, z) = (3, 0, 0)$ i $(x, y, z) = (0, 3, 0)$ są rozwiązaniami danego układu. Czy stąd wynika, że

- a) trójka $(x, y, z) = (0, 2, 1)$ **nie** jest rozwiązaniem układu równań ;
- b) trójka $(x, y, z) = (0, 1, 2)$ jest rozwiązaniem układu równań ;
- c) trójka $(x, y, z) = (3, 3, 0)$ **nie** jest rozwiązaniem układu równań ;
- d) trójka $(x, y, z) = (1, 2, 0)$ jest rozwiązaniem układu równań ?

17. Czy dla dowolnej liczby zespolonej z zachodzi nierówność

- a) $|z| \leq |z - 1| + 1$;
- b) $|z - i| \leq |z - 1| + 1$;
- c) $|z - 1| \leq |z - i| + 1$;
- d) $|z - 1| \leq |z| + 1$?

18. Wykonano jeden rzut kostką do gry. Niech E_n będzie wartością oczekiwaną n -tej potęgi liczby wyrzuconych oczek. Czy wtedy

- a) $(E_1)^2 > E_2$;
- b) $E_2 < 15$;
- c) $E_2 < 13$;
- d) $(E_1)^2 < E_2$?

19. Rzucamy dwa razy kostką do gry. Niech p_n będzie prawdopodobieństwem, że mniejsza z wyrzuconych liczb jest równa n . Czy wtedy

- a) $p_3 = 1/6$;
- b) $p_2 = 1/4$;
- c) $p_5 = 1/12$;
- d) $p_4 = 1/9$?

20. Losujemy liczbę ze zbioru $\{1, 2, \dots, 36\}$. Niech A będzie zdarzeniem: *wylosowana liczba jest podzielna przez 3*. Niech B będzie zdarzeniem: *wylosowana liczba jest jednocyfrowa*. Niech C będzie zdarzeniem: *wylosowana liczba ma w zapisie dziesiętnym cyfrę 3 lub 0*. Czy wtedy

- a) zdarzenia B i C są niezależne ;
- b) zdarzenia A i B są niezależne ;
- c) zdarzenia A , B i C są niezależne ;
- d) zdarzenia A i C są niezależne ?