

**EGZAMIN DYPLOMOWY, część I (zadania otwarte)**  
**12.06.2006**

*Zadanie 1.* Wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji

$$f(x) = x^2 - 6|x + 1|$$

na przedziale  $[-4, 2]$ .

Wyznaczyć wszystkie punkty, w których wartości najmniejsza i największa są osiągnięte.

*Zadanie 2.* Rozstrzygnąć zbieżność szeregu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{n^n}.$$

*Zadanie 3.* Obliczyć całkę

$$\int_0^1 \int_x^{\sqrt{2-x^2}} e^{x^2+y^2} dy dx.$$

*Zadanie 4.* Wektory  $(1, 0, 0)$  i  $(0, 1, 1)$  są wektorami własnymi macierzy  $A$  odpowiadającymi różnym wartościom własnym. Dowieść, że wektor  $(1, 1, 1)$  nie jest wektorem własnym macierzy  $A$ .

*Zadanie 5.* Dana jest grupa nieabelowa (nieprzemienna)  $G$  oraz takie jej elementy  $a, b$ , że

$$(ab)^2 = e.$$

Dowieść, że  $(ba)^2 = e$ .

*Zadanie 6.* Dowieść, że jeżeli zdarzenia  $A, B$  i  $C$  są niezależne oraz

$$P(A \cup B \cup C) = 1,$$

to  $P(A) = 1$  lub  $P(B) = 1$  lub  $P(C) = 1$ .

Zadania 2, 3 po 4 punkty, pozostałe po 3 punkty.