

1. Czy prawdziwa jest nierówność

- a) $\log_2 \log_2 2 \geq 0$;
- b) $\log_2 \log_2 4 \leq 1$;
- c) $\log_2 \log_2 8 \geq 1$;
- d) $\log_2 \log_2 16 \leq 2$?

2. Czy ciąg (a_n) określony podanym wzorem jest ograniczony

- a) $a_n = \sin(e^n)$;
- b) $a_n = \operatorname{arctg}(e^n)$;
- c) $a_n = \operatorname{arctg} n$;
- d) $a_n = \ln n$?

3. Czy jest prawdą, że

- a) $\forall_{x \in \mathbb{R}} \exists_{y \in \mathbb{R}} x^2 + y^2 \leq 1$;
- b) $\exists_{x \in \mathbb{R}} \forall_{y \in \mathbb{R}} x^2 + y^2 \leq 1$;
- c) $\forall_{y \in \mathbb{R}} \exists_{x \in \mathbb{R}} x^2 + y^2 \leq 1$;
- d) $\exists_{y \in \mathbb{R}} \forall_{x \in \mathbb{R}} x^2 + y^2 \leq 1$?

4. Czy dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y spełniających warunek $x^2 + y^2 \leq 1$ prawdziwa jest nierówność

- a) $x + y \leq 1$;
- b) $|x| + |y| \leq 1$;
- c) $x^4 + y^4 \leq 1$;
- d) $\sqrt{|x|} + \sqrt{|y|} \leq 1$?

5. Czy zbieżny jest szereg

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{n^3+7}$;

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3+1}{n^3+7}$;

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{n^4+7}$;

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3+1}{n^4+7}$?

6. Czy szereg potęgowy $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^n \cdot n^2}$ jest zbieżny w punkcie

a) $x = 2$;

b) $x = 1/2$;

c) $x = -2$;

d) $x = -1$?

7. Czy prawdziwa jest równość

a) $\int \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{x} + C$;

b) $\int \frac{1}{x^3} dx = \frac{-2}{x^2} + C$;

c) $\int \frac{1}{x^5} dx = \frac{-1}{6x^6} + C$;

d) $\int \frac{1}{x^4} dx = \frac{-1}{4x^3} + C$?

8. Czy jest prawdą, że

- a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n + 1}{\sqrt{4^n + 7}} = +\infty$;
- b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n + 1}{\sqrt{4^n + 7}} = 1$;
- c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 1}{\sqrt{4^n + 7}} = 1$;
- d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 1}{\sqrt{4^n + 7}} = 0$?

9. Czy jest prawdą, że

- a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sin x = 1$;
- b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$;
- c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cos x}{x} = 0$;
- d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x - 1}{x} = 1$?

10. Niech $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$. Czy wtedy

- a) $\bar{z} = z^{11}$;
- b) $z^7 = z$;
- c) $z^9 = -i$;
- d) $z^6 = -1$?

11. Czy wektory $v_1 = (1, 0, 0, 1)$ $v_2 = (1, 1, 1, 1)$ oraz v_3 są liniowo **niezależne**, jeżeli

- a) $v_3 = (1, 1, 1, 2)$;
- b) $v_3 = (0, 1, 1, 0)$;
- c) $v_3 = (2, 3, 3, 2)$;
- d) $v_3 = (1, 1, 2, 2)$?

12. Czy podana liczba jest wartością własną macierzy

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- a) 0;
- b) 1;
- c) 2;
- d) -1 ?

13. Czy podany wektor jest wektorem własnym macierzy

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

- a) $(0,0,2,7,0)$;
- b) $(1,1,1,1,1)$;
- c) $(1,2,0,0,0)$;
- d) $(0,0,3,3,0)$?

14. Czy rząd podanej macierzy jest równy 1

- a) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$;
- b) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$;
- c) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$;
- d) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$?

15. Czy podany wielomian jest podzielny (w pierścieniu wielomianów o współczynnikach rzeczywistych) przez wielomian $x^3 + 1$

- a) $x^9 + 1$;
- b) $x^{18} - 1$;
- c) $x^{12} + 1$;
- d) $x^{15} - 1$?

16. Czy podany zbiór jest podgrupą grupy $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$ z dodawaniem modulo 12

- a) $\{0, 3, 6, 9\}$;
- b) $\{1, 11\}$;
- c) $\{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$;
- d) $\{0, 4, 8\}$?

17. Czy podany zbiór z działaniem jest grupą

- a) zbiór $\{1, 2, 3, 4\}$ z mnożeniem modulo 5;
- b) zbiór $\{1, 2, 4\}$ z mnożeniem modulo 7;
- c) zbiór $\{0, 2\}$ z dodawaniem modulo 4;
- d) zbiór $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ z mnożeniem modulo 8?

18. O zdarzeniach losowych A , B i C wiadomo, że

$$P(A) = P(B) = P(C) = 1/2,$$

$$P(A \cap B) = 1/4,$$

$$P(B \cap C) = 3/8,$$

$$P(A \cap C) = P(A \cap B \cap C) = 1/8.$$

Czy stąd wynika, że

- a) zdarzenia B i C są niezależne;
- b) zdarzenia A i C są niezależne;
- c) zdarzenia A , B i C są niezależne;
- d) zdarzenia A i B są niezależne?

19. Rzucamy n razy symetryczną monetą. Niech P_n będzie prawdopodobieństwem warunkowym, że wypadł dokładnie jeden orzeł pod warunkiem, że wypadły co najwyżej 2 orły. Czy wtedy

- a) $P_6 = 3/11$;
- b) $P_5 = 5/11$;
- c) $P_4 = 4/11$;
- d) $P_3 = 2/11$?

20. Wybieramy losowo liczbę ze zbioru $\{m, m+1, m+2, \dots, n\}$. Niech $E(m, n)$ będzie wartością oczekiwaną wylosowanej liczby. Czy wtedy

- a) $E(3, 7) \geq 5$;
- b) $E(2, 9) \geq 4$;
- c) $E(4, 8) \geq 6$;
- d) $E(3, 10) \geq 7$?