

1. Czy prawdziwa jest równość

- a)  $\log_3 4 = \log_9 16$  ;
- b)  $\log_3 4 = 2\log_3 2$  ;
- c)  $\log_3 4 = \log_{27} 8$  ;
- d)  $\log_3 4 = 3\log_{27} 4$  ?

2. Czy jest prawdą, że

- a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 4x} - x) = 2$  ;
- b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - x) = 6$  ;
- c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - x) = 4$  ;
- d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x} - x) = 1$  ?

3. Czy jest prawdą, że

- a)  $\exists_{y \in \mathbb{R}} \forall_{x \in \mathbb{R}} y \neq e^x$  ;
- b)  $\exists_{x \in \mathbb{R}} \forall_{y \in \mathbb{R}} y \neq e^x$  ;
- c)  $\forall_{y \in \mathbb{R}} \exists_{x \in \mathbb{R}} y \neq e^x$  ;
- d)  $\forall_{x \in \mathbb{R}} \exists_{y \in \mathbb{R}} y \neq e^x$  ?

4. Czy podana liczba jest wymierna

- a)  $\sin 210^\circ$  ;
- b)  $\sin 30^\circ$  ;
- c)  $\sin 60^\circ$  ;
- d)  $\sin 150^\circ$  ?

5. Czy funkcja  $f(x) = \cos x$  jest rosnąca na przedziale

- a)  $[0,2]$ ;
- b)  $[4,6]$ ;
- c)  $[2,4]$ ;
- d)  $[6,8]$ ?

6. Czy funkcja  $f(x) = |x| + a \cdot e^{-|x|}$  jest różniczkowalna w zerze, jeżeli

- a)  $a = -e$ ;
- b)  $a = e$ ;
- c)  $a = 1$ ;
- d)  $a = -1$ ?

7. Czy podany szereg jest zbieżny

- a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+1}}$ ;
- b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+1}}$ ;
- c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3+1}}$ ;
- d)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+1}}$ ?

**8.** Czy funkcja  $f$  zdefiniowana podanym wzorem jest okresowa

- a)  $f(x) = (\sin x)^3 + \sin x$ ;
- b)  $f(x) = \sin(x^3 + x)$ ;
- c)  $f(x) = \sin(e^x)$ ;
- d)  $f(x) = e^{\sin x}$  ?

**9.** Liczba zespolona  $z$  spełnia równanie  $z^{10} = z$ . Czy stąd wynika, że

- a)  $z^{15} \neq z$ ;
- b)  $z^{100} = z$ ;
- c)  $z^{20} = z$ ;
- d)  $z^{13} \neq z$  ?

**10.** Czy istnieje taka liczba zespolona  $z$ , że  $|z| = 10$  oraz

- a)  $|z - 2| = 11$ ;
- b)  $|z - 1| = 10$ ;
- c)  $|z + 1| = 9$ ;
- d)  $|z + 2| = 13$  ?

**11.** Czy wektory  $v_1 = (1, 1, 1, 0, 0, 0)$ ,  $v_2 = (0, 0, 0, 1, 1, 1)$  oraz  $v_3$  są liniowo **zależne**, jeżeli

- a)  $v_3 = (1, 2, 3, 10, 20, 30)$ ;
- b)  $v_3 = (1, 1, 1, 1, 1, 1)$ ;
- c)  $v_3 = (1, 1, 1, 2, 2, 2)$ ;
- d)  $v_3 = (1, 2, 3, 1, 2, 3)$  ?

**12.** Wyznacznik macierzy  $A$  wymiaru  $n \times n$  jest równy  $n$ . Macierz  $B$  powstaje z macierzy  $A$  przez zmianę wszystkich wyrazów na przeciwne. Czy stąd wynika, że

- a) jeżeli  $n = 4$ , to  $\det B = 4$ ;
- b) jeżeli  $n = 5$ , to  $\det B = -5$ ;
- c) jeżeli  $n = 6$ , to  $\det B = -6$ ;
- d) jeżeli  $n = 3$ , to  $\det B = 3$ ?

**13.** Dane są takie liczby rzeczywiste  $x_1, y_1, x_2, y_2$ , że

$$37x_1 + 256y_1 = 1$$

oraz

$$37x_2 + 256y_2 = 2.$$

Czy stąd wynika, że równanie

$$37x + 256y = 5$$

jest spełnione przez liczby  $x = ax_1 + bx_2$  oraz  $y = ay_1 + by_2$ , jeżeli

- a)  $a = 3, b = 1$ ;
- b)  $a = 4, b = -1$ ;
- c)  $a = 1, b = 2$ ;
- d)  $a = -1, b = 3$ ?

**14.** Czy podany wektor jest wektorem własnym macierzy

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$$

- a)  $(0, 3, 0, 7, 0)$ ;
- b)  $(1, 4, 1, 4, 9)$ ;
- c)  $(4, 0, 9, 0, 0)$ ;
- d)  $(1, 0, 1, 0, 0)$ ?

**15.** Czy podany zbiór z działaniem jest grupą

- a) zbiór liczb rzeczywistych dodatnich z dodawaniem ;
- b) zbiór liczb całkowitych dodatnich z mnożeniem ;
- c) zbiór liczb rzeczywistych dodatnich z mnożeniem ;
- d) zbiór liczb całkowitych dodatnich z dodawaniem ?

**16.** Niech  $a$  i  $b$  będą takimi elementami grupy abelowej (przemiennej)  $G$ , że rząd elementu  $a$  jest równy 14, a rząd elementu  $b$  jest równy 15. Czy stąd wynika, że

- a) rząd elementu  $ab^2$  jest równy 43 ;
- b) rząd elementu  $a^7b$  jest równy 30 ;
- c) rząd elementu  $ab$  jest równy 29 ;
- d) rząd elementu  $a^2b^3$  jest równy 35 ?

**17.** Niech  $a$  będzie elementem rzędu 12 grupy nieabelowej (nieprzemiennej)  $G$ . Czy stąd wynika, że

- a) rząd elementu  $a^{-1}$  jest równy 12 ;
- b) rząd elementu  $a^8$  jest równy 4 ;
- c) rząd elementu  $a^{16}$  jest równy 3 ;
- d) rząd elementu  $a^3$  jest równy 4 ?

**18.** Wybieramy losowo dwa różne wierzchołki  $n$ -kąta foremnego. Niech  $P_n$  będzie prawdopodobieństwem, że wylosowane wierzchołki są końcami jednego boku wielokąta. Czy wtedy

- a)  $P_6 = 2/5$ ;
- b)  $P_5 = 1/2$ ;
- c)  $P_7 = 1/3$ ;
- d)  $P_4 = 1/3$ ?

**19.** W urnie jest  $n$  kul z numerami  $1, 2, 3, \dots, n$ . Losujemy ze zwracaniem dwie kule. Niech  $E(n)$  będzie wartością oczekiwaną iloczynu wylosowanych liczb. Czy wtedy

- a)  $E(6) > 12$ ;
- b)  $E(5) > 9$ ;
- c)  $E(4) > 6$ ;
- d)  $E(3) > 4$ ?

**20.** Losujemy liczbę ze zbioru  $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ . Czy zdarzenia  
*Wylosowana liczba jest parzysta*

oraz

*Wylosowana liczba jest podzielna przez 3*

są niezależne, jeżeli

- a)  $n = 12$ ;
- b)  $n = 15$ ;
- c)  $n = 18$ ;
- d)  $n = 20$ ?