

1. Czy jest prawdą, że

- a)  $\exists_{x \in \mathbb{R}} (x^2 > -1 \Rightarrow x < -1)$  ;
- b)  $\exists_{x \in \mathbb{R}} (x^2 < -1 \Rightarrow x > -1)$  ;
- c)  $\forall_{x \in \mathbb{R}} (x^2 < -1 \Rightarrow x < -1)$  ;
- d)  $\forall_{x \in \mathbb{R}} (x^2 > -1 \Rightarrow x > -1)$  ?

2. Czy dla podanego zbioru 3-elementowego  $Z$  prawdziwy jest warunek

$$\forall_{x \in Z} \forall_{y \in Z} (x < y \Rightarrow x^2 < y^2)$$

- a)  $Z = \{-3, 1, 2\}$  ;
- b)  $Z = \{-1, 2, 3\}$  ;
- c)  $Z = \{-3, -1, 2\}$  ;
- d)  $Z = \{-2, -1, 3\}$  ?

3. Liczby rzeczywiste dodatnie  $x, y$  spełniają warunek  $x + y \leq x^2 + y^2$ .

Czy stąd wynika, że

- a)  $x + y \geq 2$  ;
- b)  $x + y \geq 1$  ;
- c)  $x \geq 1/2$  ;
- d)  $x \geq 1$  ?

4. Czy szereg  $\sum_{n=1}^{\infty} (2 - \log_3 a)^n$  jest zbieżny dla

- a)  $a = 27$  ;
- b)  $a = 3$  ;
- c)  $a = 8$  ;
- d)  $a = 16$  ?

5. Czy funkcja  $f$  określona wzorem

$$f(x) = a \cdot e^{|x|} + b \cdot e^{|x^3|} + c \cdot e^{|3x|}$$

jest różniczkowalna na całej prostej, jeżeli

- a)  $a = -3, b = 2, c = 1$ ;
- b)  $a = 6, b = -12, c = -2$ ;
- c)  $a = 9, b = 6, c = 3$ ;
- d)  $a = 2, b = 4, c = -6$ ?

6. Dany jest taki szereg  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  o wyrazach dodatnich, że granica

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  istnieje i jest równa  $g$ . Czy możemy wnioskować, że szereg  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  jest zbieżny, jeżeli wiemy, że

- a)  $1 < g < 10$ ;
- b)  $g = 1$ ;
- c)  $g = 0$ ;
- d)  $0 < g < 1$ ?

7. W rosnącym postępie arytmetycznym  $n$ -wyrazowym szósty wyraz jest równy 0. Czy stąd wynika, że suma tego postępu jest dodatnia, jeżeli

- a)  $n = 9$ ;
- b)  $n = 10$ ;
- c)  $n = 12$ ;
- d)  $n = 11$ ?

8. Czy dla dowolnej liczby rzeczywistej  $x$  prawdziwa jest równość

- a)  $\cos(24\pi - x) = \cos x$ ;
- b)  $\sin(24\pi - x) = \sin x$ ;
- c)  $\cos(37\pi - x) = \cos x$ ;
- d)  $\sin(37\pi - x) = \sin x$ ?

**9.** Czy jest prawdą, że

- a)  $\int_2^6 \frac{dx}{x(x+2)} = \frac{1}{2} \ln(3/2)$ ;
- b)  $\int_4^\infty \frac{dx}{x(x+2)} = \frac{1}{2} \ln(3/2)$ ;
- c)  $\int_3^{18} \frac{dx}{x(x+2)} = \frac{1}{2} \ln(3/2)$ ;
- d)  $\int_1^2 \frac{dx}{x(x+2)} = \frac{1}{2} \ln(3/2)$ ?

**10.** Niech  $z = \frac{1+i\sqrt{3}}{2}$ . Czy wtedy

- a)  $z^5 + z^7 = -1$ ;
- b)  $z^4 + z^8 = -1$ ;
- c)  $z + z^5 = 1$ ;
- d)  $z^2 + z^4 = -1$ ?

**11.** Czy prawdą jest, że dla dowolnej macierzy kwadratowej wymiaru  $37 \times 37$  następująca operacja nie zmienia jej wyznacznika

- a) pomnożenie wszystkich wyrazów pierwszego i ostatniego wiersza przez  $-1$ ;
- b) pomnożenie wszystkich wyrazów macierzy przez  $-1$ ;
- c) pomnożenie wszystkich wyrazów 5-go wiersza przez  $-1$ ;
- d) pomnożenie wszystkich wyrazów 6-tej kolumny przez  $-1$ ?

**12.** Czy jedną z wartości własnych macierzy  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$  jest liczba

- a) 1;
- b) 2;
- c) 5;
- d)  $-1$ ?

**13.** Czy rząd podanej macierzy jest liczbą parzystą

a)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 6 & 9 \\ 5 & 10 & 16 \end{pmatrix};$

b)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 6 & 9 \\ 5 & 10 & 16 \end{pmatrix};$

c)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 6 & 9 \\ 5 & 10 & 15 \end{pmatrix};$

d)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 6 & 9 \\ 5 & 10 & 15 \end{pmatrix}?$

**14.** Liczby rzeczywiste  $x, y$  spełniają układ równań

$$\begin{cases} 15x + 6y = 21 \\ 10x + 4y = 14 \end{cases}$$

Czy stąd wynika, że

a)  $8x + 6y \neq 12;$

b)  $25x + 10y = 35;$

c)  $4x + 3y = 7;$

d)  $55x + 22y \neq 66?$

**15.** Grupa abelowa (przemienna)  $G$  ma 21 elementów. Czy stąd wynika, że w grupie  $G$  istnieje taki element  $g$  różny od elementu neutralnego  $e$ , że

a)  $g^2 = e;$

b)  $g^7 = e;$

c)  $g^3 = e;$

d)  $g^5 = e?$

**16.** Czy podany zbiór z działaniem jest grupą

- a) zbiór  $\{0, 2, 4, 6\}$  z dodawaniem modulo 9;
- b) zbiór  $\{0, 3, 6\}$  z dodawaniem modulo 9;
- c) zbiór  $\{0, 3, 6\}$  z dodawaniem modulo 8;
- d) zbiór  $\{0, 2, 4, 6\}$  z dodawaniem modulo 8?

**17.** Czy podany zbiór jest podgrupą grupy  $\{1, 2, 3, \dots, 28\}$  z mnożeniem modulo 29

- a)  $\{1, 6, 7\}$ ;
- b)  $\{1, 4, 16\}$ ;
- c)  $\{1, 5, 25\}$ ;
- d)  $\{1, 3, 9\}$ ?

**18.** Losujemy liczbę  $k$  ze zbioru  $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ , a następnie rzucamy  $k$  razy monetą. Niech  $E_n$  będzie wartością oczekiwaną liczby wyrzuconych orłów. Czy wtedy

- a)  $E_{11} > 3$ ;
- b)  $E_8 > 2$ ;
- c)  $E_{14} > 4$ ;
- d)  $E_3 > 1$ ?

**19.** Rzucamy 100 razy monetą. Niech  $P_n$  będzie prawdopodobieństwem, że wypadło dokładnie  $n$  orłów. Czy wtedy

- a)  $P_{50} < P_{70}$ ;
- b)  $P_{40} < P_{60}$ ;
- c)  $P_{30} < P_{50}$ ;
- d)  $P_{20} < P_{40}$ ?

**20.** Dane są zdarzenia losowe  $A$ ,  $B$  i  $C$ . Czy możemy wnioskować, że zdarzenia  $A$ ,  $B$ ,  $C$  są niezależne, jeśli wiemy, że

- a)  $P(A) = P(B) = P(C) = 1/2$ ,  $P(A \cap B \cap C) = 1/8$ ;
- b)  $P(A) = P(B) = P(C) = 1/3$ ,  $P(A \cap B \cap C) = 1/6$ ;
- c)  $P(A) = P(B) = P(C) = 1/3$ ,  $P(A \cap B \cap C) = 1/27$ ;
- d)  $P(A) = P(B) = P(C) = 1/3$ ,  $P(A \cap B \cap C) = 1/9$ ?