

1. Czy prawdziwa jest nierówność

- a) $\log_8 5 < \log_4 3$;
- b) $\log_8 11 < \log_4 5$;
- c) $\log_8 63 < \log_4 17$;
- d) $\log_8 65 < \log_4 15$?

2. Czy dla dowolnej liczby całkowitej dodatniej n podany warunek jest równoważny temu, że liczba n jest nieparzysta? Zmienna m przebiega liczby całkowite dodatnie

- a) $\exists_m n^2 + 3 = 4m$;
- b) $\exists_m n^2 + 1 = 2m$;
- c) $\exists_m n = 2m - 1$;
- d) $\exists_m n = 2m + 1$.

3. Czy prawdziwa jest nierówność

- a) $\int_3^5 \sqrt{x^2 + 2x} dx < 6$;
- b) $\int_3^5 \sqrt{x^2 + 1} dx < 4$;
- c) $\int_3^5 \sqrt{x^2 + x + 1} dx < 10$;
- d) $\int_3^5 \sqrt{x^2 + x} dx < 8$?

4. Czy szereg potęgowy

$$\sum_{n=1}^{\infty} \binom{2n}{n} \cdot x^n$$

jest zbieżny dla

- a) $x = -9/2$;
- b) $x = 2/9$;
- c) $x = -2/7$;
- d) $x = 7/2$?

5. Czy podana całka ma wartość dodatnią

- a) $\int_{-1}^2 e^{x^2} \cdot \sin x \, dx$;
- b) $\int_{-4}^5 e^{x^2} \cdot \sin x \, dx$;
- c) $\int_{-3}^2 e^{x^2} \cdot \sin x \, dx$;
- d) $\int_{-6}^5 e^{x^2} \cdot \sin x \, dx$?

6. Czy ciąg (a_n) określony podanym wzorem jest zbieżny do zera?

- a) $a_n = \frac{n!}{n^n}$;
- b) $a_n = \frac{2^n}{n^2}$;
- c) $a_n = \frac{n!}{2^n}$;
- d) $a_n = \frac{n^2}{n!}$?

7. Czy zbieżny jest szereg

- a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{7n^2+5n+37}}{n^2}$;
- b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{7n^3+5n+37}}{n^2}$;
- c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{7n^6+5n+37}}{n^3}$;
- d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{7n^4+5n+37}}{n^3}$?

8. Niech

$$I(n) = \int_{-1-\sqrt{1-x^2}}^1 \int_{\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} (x^2+y^2)^n dy dx .$$

czy wtedy

- a) $I(10) = \pi/11$;
- b) $I(8) = 2\pi/17$;
- c) $I(6) = 2\pi/13$;
- d) $I(5) = 2\pi/7$?

9. Czy nierówność $|z-1-i| < |z-2|$ jest spełniona dla liczby zespolonej

- a) $z = 5 + 4i$;
- b) $z = 4 + 3i$;
- c) $z = 4 + 4i$;
- d) $z = 3 + 4i$?

10. Czy podana liczba zespolona spełnia równanie $z^{120} = 1$?

- a) $z = \frac{\sqrt{5}+i}{\sqrt{3}}$;
- b) $z = \frac{\sqrt{3}+i}{2}$;
- c) $z = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$;
- d) $z = \frac{1+i\sqrt{3}}{2}$.

11. Czy rząd podanej macierzy jest równy 3

- a) $\begin{pmatrix} 1 & 7 & 0 & 3 & 5 \\ 0 & 4 & 1 & 8 & 10 \\ 0 & 0 & 2 & 16 & 20 \\ 0 & 0 & 0 & 8 & 10 \end{pmatrix}$;
- b) $\begin{pmatrix} 1 & 7 & 0 & 3 & 5 \\ 0 & 4 & 5 & 8 & 10 \end{pmatrix}$;
- c) $\begin{pmatrix} 1 & 7 & 0 & 3 & 5 \\ 0 & 4 & 1 & 8 & 10 \\ 0 & 0 & 5 & 8 & 10 \end{pmatrix}$;
- d) $\begin{pmatrix} 1 & 7 & 0 & 3 & 5 \\ 0 & 4 & 1 & 8 & 10 \\ 0 & 8 & 2 & 16 & 20 \\ 0 & 0 & 5 & 8 & 10 \end{pmatrix}$?

12. Czy wektory $v_1 = (1,1,1,0)$, $v_2 = (0,1,1,1)$, $v_3 = (1,2,2,1)$ oraz v_4 są liniowo niezależne, jeżeli

- a) $v_4 = (2,3,5,7)$;
- b) $v_4 = (2,3,3,1)$;
- c) $v_4 = (1,2,3,4)$;
- d) $v_4 = (2,3,3,2)$?

13. Czy zbiór rozwiązań układu siedmiu równań liniowych jednorodnych z pięcioma niewiadomymi może być

- a) zbiorem jednoelementowym ;
- b) zbiorem nieskończonym ;
- c) zbiorem pustym ;
- d) zbiorem dwuelementowym ?

14. Czy podany zbiór macierzy jest zamknięty na mnożenie macierzy ?

- a) zbiór diagonalnych macierzy kwadratowych wymiaru 7×7 ;
- b) zbiór macierzy kwadratowych wymiaru 7×7 o wyznaczniku 0 ;
- c) zbiór macierzy kwadratowych wymiaru 7×7 o wyznaczniku dodatnim ;
- d) zbiór macierzy kwadratowych wymiaru 7×7 o wyznaczniku 1 .

15. Czy podana grupa zawiera element rzędu 2 ?

- a) grupa liczb rzeczywistych z dodawaniem ;
- b) grupa izometrii płaszczyzny ;
- c) grupa liczb rzeczywistych dodatnich z mnożeniem ;
- d) grupa niezerowych liczb rzeczywistych z mnożeniem .

16. Czy w grupie $\{1,2,3,4\}$ z mnożeniem modulo 5 istnieje element rzędu

- a) 5 ;
- b) 2 ;
- c) 1 ;
- d) 4 ?

17. Czy w grupie $\{1,2,4,5,7,8\}$ z mnożeniem modulo 9

- a) rząd elementu 1 jest równy 1 ;
- b) rząd elementu 4 jest równy 3 ;
- c) rząd elementu 8 jest równy 6 ;
- d) rząd elementu 2 jest równy 2 ?

18. W urnie jest n kul białych i jedna kula czarna. Wyjmujemy z urny losowo po jednej kuli (bez zwracania) aż do momentu wylosowania kuli czarnej. Niech $K(n)$ będzie wartością oczekiwaną liczby wylosowanych kul (łącznie z ostatnią, czarną kulą). Czy wtedy

- a) $K(7) \geq 4$;
- b) $K(4) \geq 3$;
- c) $K(10) > 5$;
- d) $K(3) > 2$?

19. Wykonujemy n rzutów monetą. Niech $P(n,k)$ będzie prawdopodobieństwem, że liczba wylosowanych orłów jest większa o k od liczby wylosowanych reszek. Czy wtedy

- a) $P(20,7) > 1/1048576$;
- b) $P(10,4) > 1/1024$;
- c) $P(5,1) \geq 1/3$;
- d) $P(4,2) \geq 1/4$?

20. Losujemy liczbę ze zbioru $\{1,2,3,\dots,8\}$.

Niech A będzie zdarzeniem: wylosowano liczbę parzystą.

Niech B będzie zdarzeniem: wylosowano jedną z liczb 4,5,6,7.

Niech C będzie zdarzeniem: wylosowano liczbę większą od 4.

Czy wtedy

- a) zdarzenia A i B są niezależne ;
- b) zdarzenia A i C są niezależne ;
- c) zdarzenia B i C są niezależne ;
- d) zdarzenia A , B i C są niezależne ?