

1. Czy prawdziwa jest nierówność

- a) $\log_3 5 < \log_9 26$;
- b) $\log_9 4 < \log_3 2$;
- c) $\log_3 5 < \log_{27} 121$;
- d) $\log_9 4 < \log_{27} 7$?

2. Czy jest prawda, że (M, N przebiegają liczby całkowite dodatnie)

- a) $\exists N \forall M \sum_{n=1}^N \frac{1}{n^2} < \sum_{n=1}^M \frac{1}{n}$;
- b) $\forall N \exists M \sum_{n=1}^N \frac{1}{n^2} < \sum_{n=1}^M \frac{1}{n}$;
- c) $\exists M \forall N \sum_{n=1}^N \frac{1}{n^2} < \sum_{n=1}^M \frac{1}{n}$;
- d) $\forall M \exists N \sum_{n=1}^N \frac{1}{n^2} > \sum_{n=1}^M \frac{1}{n}$?

3. Czy ciąg (a_n) określony podanym wzorem jest ograniczony

- a) $a_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$;
- b) $a_n = e^{n+1} - e^n$;
- c) $a_n = \ln(n+1) - \ln n$;
- d) $a_n = \sin(n+1) - \sin n$?

4. Czy szereg potęgowy

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3^n \sqrt{n}}$$

jest zbieżny dla

- a) $x = -1/3$;
- b) $x = 1/3$;
- c) $x = 3$;
- d) $x = -3$?

5. Czy prawdą jest, że

- a) $\int_0^1 e^{-x^2} dx < 1$;
- b) $\int_0^1 e^{-x^2} dx = \sqrt{2\pi}$;
- c) $\int_0^1 e^{-x^2} dx = 1/3$;
- d) $\int_0^1 e^{-x^2} dx > 1/10$?

18. Wybrano losowo permutację liczb 1, 2, 3, 4 (każdą permutację wybieramy z tym samym prawdopodobieństwem). Czy

- a) prawdopodobieństwo, że jest ona cyklem długości 3 wynosi $1/3$;
- b) prawdopodobieństwo, że jest ona nieparzysta wynosi $1/3$;
- c) prawdopodobieństwo, że jest ona w grupie S_4 elementem rzędu 6 wynosi $1/12$;
- d) prawdopodobieństwo, że jest ona transpozycją jest dwa razy większe niż prawdopodobieństwo, że jest ona transpozycją sąsiednich liczb ?

19. Na ściankach jednej kostki napisano liczby 1, 3, 4, 5, 6, 8, a na ściankach drugiej liczby 1, 2, 2, 3, 3, 4. Niech $P(n)$ będzie prawdopodobieństwem, że przy rzucie tą parą kostek suma wyrzuconych liczb wynosi n , zaś $Q(n)$ – prawdopodobieństwem, że przy rzucie parą zwykłych kostek suma wyrzuconych liczb wyniesie n . Czy wtedy

- a) $P(3) = Q(3)$;
- b) $P(10) = Q(10)$;
- c) $P(5) = Q(5)$;
- d) $P(4) = Q(4)$?

20. W urnie jest n monet prawdziwych i jedna fałszywa. Przy rzucie monetą fałszywą orzeł wypada z prawdopodobieństwem $3/4$. Wylosowano z urny jedną monetę i rzucono nią trzy razy: wypadły trzy orły. Niech P_n będzie prawdopodobieństwem (warunkowym), że wylosowana moneta jest fałszywa. Czy wtedy

- a) $P_5 > 1/3$;
- b) $P_6 = 0,36$;
- c) $P_3 > 3/4$;
- d) $P_4 < 1/2$?

15. W pewnej skończonej grupie są elementy rzędów 21, 45, 28. Czy wynika stąd, że rząd G dzieli się przez

- a) $21 \cdot 45$;
- b) 700 ;
- c) 21 ;
- d) 5 ?

16. Czy jest podgrupą grupy permutacji S_5 zbiór permutacji

$$\sigma: \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

spełniających warunek

- a) $\sigma(1) = 1$;
- b) $\sigma(1) \neq 1$;
- c) $\sigma(1) \in \{1, 2\}$;
- d) $\sigma(1) = 2$?

17. Czy jest ideałem pierścienia $\mathbf{Z}[X]$ wielomianów o współczynnikach całkowitych zbiór wielomianów $P(X)$ spełniających warunek

- a) $P(1) = 0 \vee P(1 + \sqrt{2}) = 0$;
- b) $P(1) = 0$;
- c) $P(1) = 0 \wedge P(1 + \sqrt{2}) = 0$;
- d) $P(1 + \sqrt{2}) = 0$?

6. Czy funkcja $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ dana wzorem

$$f(x, y) = \frac{1}{x^2 + y^2 + 1}$$

- a) przyjmuje wartość najmniejszą ;
- b) przyjmuje wartość największą ;
- c) w pewnym punkcie przyjmuje wartość $1/\pi$;
- d) jest ciągła ?

7. Czy funkcja $f(x) = (\ln x)^2$ jest wypukła

- a) w przedziale $(3, 4)$;
- b) w przedziale $(1, 2)$;
- c) w przedziale $(2, 3)$;
- d) w przedziale $(0, 1)$?

8. Czy następująca relacja na zbiorze liczb całkowitych jest relacją równoważności?

- a) $m \sim n \iff n + m$ jest podzielne przez 3 ;
- b) $m \sim n \iff n^2 - m^2$ jest podzielne przez 3 ;
- c) $m \sim n \iff n - m$ jest podzielne przez 3 ;
- d) $m \sim n \iff n^2 - m^2 = 0$.

9. Czy równość $|z-i| = |z-1| + \sqrt{2}$ jest spełniona dla liczby zespolonej

- a) $z = 7 - 6i$;
- b) $z = 2 - i$;
- c) $z = 2i - 1$;
- d) $z = 3 + 4i$?

10. Niech $z = \frac{1-i}{2}$. Czy wtedy

- a) $z^8 = \bar{z}^8$;
- b) $z^5 = z^{-3}$;
- c) $z\bar{z} = -1$;
- d) $z^4 = -1$.

11. Czy prawdziwa jest równość

- a) $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ -4 \\ 1247 \end{pmatrix}$;
- b) $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$;
- c) $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$;
- d) $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$?

12. Czy iloczyn macierzy rzędu 4 i macierzy rzędu 5

- a) może mieć rząd 0 ;
- b) może mieć rząd 9 ;
- c) zawsze ma rząd ≥ 4 ;
- d) może mieć rząd 20 ?

13. Czy jedną z wartości własnych macierzy

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

jest liczba

- a) 2 ;
- b) 1 ;
- c) 3 ;
- d) 0 ?

14. Czy podany warunek implikuje odwracalność kwadratowej macierzy A ?

- a) 0 nie jest wartością własną A ;
- b) $\det A \neq 0$;
- c) $\det A > 0$;
- d) 4 jest jedyną wartością własną A .