

EGZAMIN DYPLOMOWY, część I (zadania otwarte)
22.06.2009

60 HS-8-8

Zadanie 1. (3 punkty)

Wyznaczyć najmniejszą wartość funkcji $f(x, y) = 2x^2 + y^2$ na krzywej C zadanej równaniem $xy = 1$, oraz znaleźć wszystkie punkty krzywej C w których owa wartość jest przyjmowana.

EGZAMIN DYPLOMOWY, część I (zadania otwarte)
22.06.2009

60 HS-8-8

EGZAMIN DYPLOMOWY, część I (zadania otwarte)
22.06.2009

60 HS-8-8

Zadanie 2. (3 punkty)

Funkcja f określona na przedziale $[1, 2]$ dana jest wzorem $f(x) = e^{(x^2)}$,
zaś g – określona na $[e, e^4]$ – jest funkcją odwrotną do f . Uzasadnij, że

$$\int_1^2 f(x)dx + \int_e^{e^4} g(y)dy = 2e^4 - e.$$

EGZAMIN DYPLOMOWY, część I (zadania otwarte)
22.06.2009

60 HS-8-8

EGZAMIN DYPLOMOWY, część I (zadania otwarte)
22.06.2009

60 HS-8-8

*Zadanie***3**. (4 punkty)

W dużym zbiorniku jest 5ℓ zanieczyszczonej wody; stężenie zanieczyszczeń wynosi $1\text{ g}/\ell$. W pewnym momencie do zbiornika zaczynamy dolewać wody (zawierającej $2\text{ g}/\ell$ zanieczyszczeń) w tempie $2\ell/\text{min}$, i jednocześnie innym otworem odprowadzać z niego wodę w tempie $1\ell/\text{min}$. Woda w zbiorniku jest nieustannie dokładnie mieszana, tak że stężenie zanieczyszczeń jest w każdym miejscu zbiornika takie samo. Jakie będzie stężenie zanieczyszczeń w zbiorniku po $t\text{ min}$?

EGZAMIN DYPLOMOWY, część I (zadania otwarte)
22.06.2009

60 HS-8-8

EGZAMIN DYPLOMOWY, część I (zadania otwarte)
22.06.2009

60 HS-8-8

*Zadanie*4. (3 punkty)

Podać przykład macierzy 3×3 o wyrazach rzeczywistych spełniającej warunki:

- jądro N przekształcenia zadanego tą macierzą jest prostą;
- obraz R przekształcenia zadanego tą macierzą jest płaszczyzną;
- Kąt między N a R wynosi $\pi/3$.

EGZAMIN DYPLOMOWY, część I (zadania otwarte)
22.06.2009

60 HS-8-8

EGZAMIN DYPLOMOWY, część I (zadania otwarte)
22.06.2009

60 HS-8-8

Zadanie **5.** (3 punkty)

Jaki jest największy możliwy rząd elementu grupy permutacji S_7 ?

EGZAMIN DYPLOMOWY, część I (zadania otwarte)
22.06.2009

60 HS-8-8

EGZAMIN DYPLOMOWY, część I (zadania otwarte)
22.06.2009

60 HS-8-8

*Zadanie***6**. (4 punkty)

W rzucie fałszywą monetą orzeł wypada z prawdopodobieństwem $1/3$. Wykonano n niezależnych rzutów tą monetą. Niech E oznacza zdarzenie “w pierwszym rzucie wypadł orzeł”, zaś F_k zdarzenie “w sumie wypadło k orłów”. Opisz wszystkie pary (n, k) dla których zdarzenia E i F_k są niezależne. W szczególności wypisz wszystkie pary o tej własności w których n jest mniejsze niż 20.

EGZAMIN DYPLOMOWY, część I (zadania otwarte)
22.06.2009

60 HS-8-8