

EGZAMIN DYPLOMOWY, część I (zadania otwarte)  
21.09.2009

60 HS-8-8

*Zadanie 1.* (3 punkty)

Wyznacz największą wartość funkcji  $f(x, y) = xy^3$  na zbiorze  $A$  zadanym nierównością  $x^2 + 2y^2 \leq 1$ , oraz znajdź wszystkie punkty zbioru  $A$  w których owa wartość jest przyjmowana.

EGZAMIN DYPLOMOWY, część I (zadania otwarte)  
21.09.2009

60 HS-8-8

*Zadanie 2.* (3 punkty)

Zbadaj zbieżność szeregu w zależności od wartości dodatniego rzeczywistego parametru  $p$ :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(1 + n^p)}{n^p}$$

EGZAMIN DYPLOMOWY, część I (zadania otwarte)  
21.09.2009

60 HS-8-8

*Zadanie 3.* (4 punkty)

Rozważamy równanie różniczkowe zwyczajne z warunkami brzegowymi:

$$u'' + u = 0, \quad u(0) = 0, \quad u(L) = 0.$$

Oczywiście funkcja  $u(x) \equiv 0$  jest rozwiązaniem tego zagadnienia.

Wyznacz wszystkie wartości parametru  $L > 0$ , dla których istnieją niezerowe rozwiązania.

Podaj te rozwiązania.

EGZAMIN DYPLOMOWY, część I (zadania otwarte)  
21.09.2009

60 HS-8-8

*Zadanie*4. (3 punkty)

Podaj przykład czterech parami niewspółliniowych wektorów własnych macierzy

$$\begin{pmatrix} 2 & -5 & 3 \\ 1 & -4 & 3 \\ 1 & -5 & 4 \end{pmatrix}$$

lub uzasadnij, że taki przykład nie istnieje.

EGZAMIN DYPLOMOWY, część I (zadania otwarte)  
21.09.2009

60 HS-8-8

*Zadanie* **5**. (3 punkty)

Zbiór pierwiastków pewnego wielomianu  $P(z)$  o współczynnikach zespolonych jest symetryczny względem osi urojonej ( $OY$ ); ponadto wiadomo, że wielomian ten nie ma pierwiastków wielokrotnych. Udowodnij, że współczynniki wielomianu  $P(z)$  występujące przy parzystych potęgach  $z$  są rzeczywiste, zaś jego współczynniki przy nieparzystych potęgach  $z$  są urojone.

EGZAMIN DYPLOMOWY, część I (zadania otwarte)  
21.09.2009

60 HS-8-8

*Zadanie***6**. (4 punkty)

Przemek i Gosia grają w następującą grę. Wykonują rzuty monetą. Gdy w dwóch kolejnych rzutach pojawią się orły, gra zostaje zakończona i wygrywa Przemek. Gdy w dwóch kolejnych rzutach pojawią się reszki, gra zostaje zakończona i wygrywa Gosia. Oblicz wartość oczekiwaną czasu trwania gry (mierzonego liczbą rzutów).