

EGZAMIN DYPLOMOWY, część I (zadania otwarte)  
15.02.2011

46 HS 7-2

*Zadanie 1.* (4 punkty)

Funkcja  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  ma pochodną

$$f'(x) = (x + 1)x(x^2 - 1).$$

Ile rozwiązań rzeczywistych może mieć równanie  $f(x) = 0$ ? Dla każdej możliwości podaj odpowiedni przykład funkcji  $f$ .

EGZAMIN DYPLOMOWY, część I (zadania otwarte)  
15.02.2011

46 HS 7-2

Zadanie **2**. (3 punkty)

Oblicz

$$\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-y^2}} y^2 \sqrt{1-x^2} dx dy.$$

EGZAMIN DYPLOMOWY, część I (zadania otwarte)  
15.02.2011

46 HS 7-2

*Zadanie***3**. (3 punkty)

Rozwiąż zagadnienie początkowe

$$x''(t) + 4x(t) = 3 \sin(t), \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 1.$$

EGZAMIN DYPLOMOWY, część I (zadania otwarte)  
15.02.2011

46 HS 7-2

*Zadanie 4.* (4 punkty)

Podaj przykład symetrycznej macierzy rozmiaru  $3 \times 3$  o wyrazach rzeczywistych, takiej że wektory  $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$  i  $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  są jej wektorami własnymi, a wektor  $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$  nie jest jej wektorem własnym.

EGZAMIN DYPLOMOWY, część I (zadania otwarte)  
15.02.2011

46 HS 7-2

*Zadanie***5**. (3 punkty)

Grupa izometrii własnych sześcianu (tzn. izometrii przestrzeni przeprowadzających pewien ustalony sześcian w siebie) ma 48 elementów. Rozstrzygnij, czy jest w tej grupie element rzędu 6.

EGZAMIN DYPLOMOWY, część I (zadania otwarte)  
15.02.2011

46 HS 7-2

*Zadanie***6**. (3 punkty)

Założmy, że  $P(A) > 0$  oraz  $P(B) > 0$ . Pokaż, że  $P(A | B) > P(A)$  wtedy i tylko wtedy, gdy  $P(B | A^c) < P(B | A)$ .