

1. Czy podana liczba jest wymierna?

- a) $\log_{125}128 \cdot \log_{32}25$;
- b) $\log_{25}27 \cdot \log_35$;
- c) $\log_89 \cdot \log_{27}32$;
- d) $\log_548 \cdot \log_{24}25$.

2. Czy szereg $\sum_{n=1}^{\infty} n^a$ jest zbieżny dla

- a) $a = \log_2(\sqrt{32} - \sqrt{27})$;
- b) $a = \log_2(\sqrt{35} - \sqrt{29})$;
- c) $a = \log_2(\sqrt{35} - \sqrt{26})$;
- d) $a = \log_2(\sqrt{37} - \sqrt{24})$?

3. Czy szereg $\sum_{n=1}^{\infty} n^a(-1)^n$ jest zbieżny dla

- a) $a = \log_2(\sqrt{35} - \sqrt{26})$;
- b) $a = \log_2(\sqrt{37} - \sqrt{24})$;
- c) $a = \log_2(\sqrt{32} - \sqrt{27})$;
- d) $a = \log_2(\sqrt{35} - \sqrt{29})$?

4. Czy funkcja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ określona wzorem

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{dla } x < a \\ x+2 & \text{dla } a \leq x < b \\ x^2 & \text{dla } b \leq x \end{cases}$$

jest ciągła dla

- a) $a = -2, b = 1$;
- b) $a = -2, b = 2$;
- c) $a = -1, b = 2$;
- d) $a = -1, b = 1$?

5. Czy funkcja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ określona wzorem

$$f(x) = a \cdot \{x\} + b \cdot \{x\}^2 + c \cdot \{x\}^3,$$

gdzie $\{x\}$ oznacza część ułamkową liczby x , jest różniczkowalna dla

a) $a = 1, \quad b = 2, \quad c = -3;$

b) $a = 3, \quad b = -6, \quad c = 4;$

c) $a = 1, \quad b = -3, \quad c = 2;$

d) $a = 5, \quad b = 2, \quad c = -3?$

6. Funkcja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ jest różniczkowalna, a ponadto dla każdej liczby rzeczywistej x spełniona jest nierówność $|f'(x) - 3| > 2$. Czy stąd wynika, że

a) $f(44) - f(4) \neq 40;$

b) $f(33) - f(3) \neq 60;$

c) $f(11) - f(1) \neq 80;$

d) $f(22) - f(2) \neq 100?$

7. Niech

$$I(a, b) = \int_a^b \frac{3x^2 - 1}{x^3 - x} dx.$$

Czy wtedy

a) $I(2, 3) = \ln 4;$

b) $I(3, 5) = \ln 5;$

c) $I(5, 9) = \ln 6;$

d) $I(4, 7) = \ln 5?$

8. Niech

$$I(a, b) = \int_a^b \frac{dx}{x^x}.$$

Czy wtedy

- a) $I(5, 6) < \frac{1}{33}$;
- b) $I(4, 5) < \frac{1}{222}$;
- c) $I(3, 4) < \frac{1}{333}$;
- d) $I(2, 3) < \frac{1}{33}$?

9. Czy funkcja $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ określona podanym wzorem ma lokalne minimum w punkcie $(0, 0)$?

- a) $f(x, y) = x^2 + 10xy + 20y^2$;
- b) $f(x, y) = x^2 - 8xy + 20y^2$;
- c) $f(x, y) = x^2 + 7xy + 20y^2$;
- d) $f(x, y) = x^2 - 9xy + 20y^2$.

10. Czy równość $z^{13} = z$ jest prawdziwa dla liczby zespolonej

- a) $z = \frac{1+i\sqrt{3}}{2}$;
- b) $z = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$;
- c) $z = -i$;
- d) $z = \frac{\sqrt{3}-i}{2}$?

11. Czy równość $\bar{z}^{13} = z^{-13}$ (uwaga na sprzężenie po lewej stronie) jest prawdziwa dla liczby zespolonej

a) $z = \frac{6+i\sqrt{13}}{7}$;

b) $z = \frac{3+4i}{5}$;

c) $z = \frac{5+8i}{9}$;

d) $z = \frac{5+i\sqrt{23}}{8}$?

12. Dany jest taki układ równań liniowych z czterema niewiadomymi, że wektory $(6,0,0,0)$ oraz $(0,6,0,0)$ są rozwiązaniami tego układu, a żaden z wektorów $(0,0,6,0)$ oraz $(0,0,0,6)$ **nie** jest rozwiązaniem tego układu. Czy stąd wynika, że podany wektor **nie** jest rozwiązaniem danego układu równań

a) $(1,2,3,0)$;

b) $(0,1,5,0)$;

c) $(2,0,0,2)$;

d) $(0,0,3,3)$?

13. Dany jest taki układ równań liniowych **jednorodnych** z czterema niewiadomymi, że wektory $(6,0,0,0)$ oraz $(0,6,0,0)$ są rozwiązaniami tego układu, a żaden z wektorów $(0,0,6,0)$ oraz $(0,0,0,6)$ **nie** jest rozwiązaniem tego układu. Czy stąd wynika, że podany wektor **nie** jest rozwiązaniem danego układu równań

a) $(1,2,3,0)$;

b) $(2,0,0,2)$;

c) $(0,0,3,3)$;

d) $(0,1,5,0)$?

14. Czy podana liczba jest wartością własną macierzy

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 15 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 \end{pmatrix} ?$$

- a) 15;
- b) 3;
- c) 10;
- d) 6.

15. Rząd elementu g grupy G jest równy 60. Czy stąd wynika, że

- a) $g^{30} = e$;
- b) $g^{280} = e$;
- c) $g^{40} = e$;
- d) $g^{180} = e$?

16. Czy podany zbiór z mnożeniem modulo 30 jest grupą

- a) $\{4, 16\}$;
- b) $\{11, 21\}$;
- c) $\{1, 29\}$;
- d) $\{10, 20\}$?

17. Czy każda skończona grupa abelowa (przemienna) podanego rzędu jest cykliczna

- a) 26;
- b) 28;
- c) 29;
- d) 27?

18. Niech $P(n, k)$ będzie prawdopodobieństwem, że przy n -krotnym rzucie monetą wypadło dokładnie k orłów. Czy wtedy

- a) $P(5, 1) = P(7, 2)$;
- b) $P(4, 1) = P(6, 2)$;
- c) $P(7, 2) = P(9, 3)$;
- d) $P(2, 0) = P(4, 1)$?

19. W urnie znajduje się k kul z kolejnymi liczbami całkowitymi od n do $n+k-1$. Losujemy jedną kulę. Niech $E(n, k)$ będzie wartością oczekiwaną liczby napisanej na wylosowanej kuli. Czy wtedy

- a) $E(13, 3) < 14$;
- b) $E(12, 6) < 15$;
- c) $E(11, 10) < 16$;
- d) $E(10, 15) < 17$?

20. Losujemy liczbę ze zbioru $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. Rozważamy następujące zdarzenia losowe:

A - wylosowana liczba jest parzysta,
 B - wylosowana liczba jest mniejsza od 5,
 C - wylosowana liczba jest liczbą pierwszą.
Czy wtedy niezależne są zdarzenia

- a) A i B ;
- b) B i C ;
- c) A i C ;
- d) A, B i C ?