

1. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości rzeczywistych parametru p , dla których podany szereg jest zbieżny.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^p+1}}$, (**3**, $+\infty$)

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt[4]{n^p+1}}$, (**8**, $+\infty$)

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{\sqrt[5]{n^p+1}}$, (**15**, $+\infty$)

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{\sqrt[6]{n^p+1}}$, (**24**, $+\infty$)

2. Niech $C(a, b) = \int_a^b \frac{dx}{x^2+1}$. Podać wartości poniższych wyrażeń.

a) $C(\sqrt{3}/3, 1) = \pi/12$

b) $C(-\sqrt{3}, +\infty) = 5\pi/6$

c) $C(0, \sqrt{3}) = \pi/3$

d) $C(-1, 1) = \pi/2$

3. Niech $C(a, b) = \left[\int_a^b \frac{dx}{\sqrt[6]{x^2+1}} \right]$, gdzie $[y]$ oznacza część całkowitą liczby y . Podać wartości poniższych wyrażeń.

a) $C(50, 62) = \mathbf{3}$

b) $C(20, 26) = \mathbf{2}$

c) $C(270, 300) = \mathbf{4}$

d) $C(100, 120) = \mathbf{4}$

4. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich takich wartości rzeczywistych parametru p , że dla dowolnych $x, y \in \mathbb{R}$ zachodzi nierówność $W(x, y) \geq 0$.

a) $W(x, y) = x^2 - 16xy + py^2, \quad p \in [64, +\infty)$

b) $W(x, y) = x^2 + pxy + 4y^2, \quad p \in [-4, 4]$

c) $W(x, y) = x^2 - pxy + 16y^2, \quad p \in [-8, 8]$

d) $W(x, y) = x^2 + 4xy + py^2, \quad p \in [4, +\infty)$

5. Podać wartość granicy ciągu.

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n} - n) = 1/2$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n^6 + 4n^4} - n^2) = 4/3$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^4 + 2n^2} - n^2) = 1$

d) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n^9 + 6n^6} - n^3) = 2$

6. Dla podanej liczby zespolonej z podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią n taką, że z^n jest liczbą rzeczywistą.

a) $z = 3 + i\sqrt{3}, \quad n = 6$

b) $z = 3 + 3i, \quad n = 4$

c) $z = \sqrt{3} + 3i, \quad n = 3$

d) $z = -\sqrt{3} + 3i, \quad n = 3$

7. Dla wskazanej wartości parametru p podać zbiór rzeczywistych wartości własnych macierzy $\begin{pmatrix} 1 & p & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$.

a) $p=0$, $\{1, 3, 4\}$

b) $p=3$, $\{0, 4\}$

c) $p=-1$, $\{2, 4\}$

d) $p=8$, $\{-1, 4, 5\}$

8. Dla podanej macierzy wskazać taką wartość parametru p , aby wyznacznik macierzy był równy 0.

a) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 6 \\ 2 & 5 & 10 \\ 3 & 7 & p \end{pmatrix}$, $p=14$

b) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 31 \\ 2 & 5 & 52 \\ 11 & 22 & p \end{pmatrix}$, $p=231$

c) $\begin{pmatrix} 9 & 16 & 25 \\ 1 & 8 & 9 \\ 9 & p & 9 \end{pmatrix}$, $p=0$

d) $\begin{pmatrix} 13 & 13 & 13 \\ 3 & 5 & 7 \\ 11 & p & 7 \end{pmatrix}$, $p=9$

9. Dla podanej liczby r podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią n , dla której w grupie permutacji S_n istnieje element rzędu r .

a) $r=30$, $n=10$

b) $r=28$, $n=11$

c) $r=27$, $n=27$

d) $r=29$, $n=29$

10. Dla podanej liczby r podać najmniejszą liczbę naturalną $n > r$, dla której zbiór jednoelementowy $\{r\}$ z mnożeniem modulo n jest grupą.

a) $r = 10, \quad n = \mathbf{15}$

b) $r = 9, \quad n = \mathbf{12}$

c) $r = 7, \quad n = \mathbf{14}$

d) $r = 8, \quad n = \mathbf{14}$

11. W urnie jest b kul białych i c kul czarnych. Losujemy (bez zwracania) dwie kule. Niech $P(b, c)$ oznacza prawdopodobieństwo, że wylosowano dwie kule białe. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(15, 6) = \mathbf{1/2}$

b) $P(3, 3) = \mathbf{1/5}$

c) $P(6, 4) = \mathbf{1/3}$

d) $P(10, 5) = \mathbf{3/7}$

12. Rzucamy trzema kostkami do gry. Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że suma wyrzuconych oczek jest równa n . Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(16) = \mathbf{1/36}$

b) $P(17) = \mathbf{1/72}$

c) $P(18) = \mathbf{1/216}$

d) $P(15) = \mathbf{5/108}$

1. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości rzeczywistych parametru p , dla których podany szereg jest zbieżny.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{\sqrt[5]{n^p+1}}$, (**15**, $+\infty$)

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt[4]{n^p+1}}$, (**8**, $+\infty$)

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^p+1}}$, (**3**, $+\infty$)

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{\sqrt[6]{n^p+1}}$, (**24**, $+\infty$)

2. Niech $C(a, b) = \int_a^b \frac{dx}{x^2+1}$. Podać wartości poniższych wyrażeń.

a) $C(-1, 1) = \pi/2$

b) $C(0, \sqrt{3}) = \pi/3$

c) $C(\sqrt{3}/3, 1) = \pi/12$

d) $C(-\sqrt{3}, +\infty) = 5\pi/6$

3. Niech $C(a, b) = \left[\int_a^b \frac{dx}{\sqrt[6]{x^2+1}} \right]$, gdzie $[y]$ oznacza część całkowitą liczby y . Podać wartości poniższych wyrażeń.

a) $C(270, 300) = 4$

b) $C(50, 62) = 3$

c) $C(20, 26) = 2$

d) $C(100, 120) = 4$

4. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich takich wartości rzeczywistych parametru p , że dla dowolnych $x, y \in \mathbb{R}$ zachodzi nierówność $W(x, y) \geq 0$.

a) $W(x, y) = x^2 - 16xy + py^2, \quad p \in [64, +\infty)$

b) $W(x, y) = x^2 + 4xy + py^2, \quad p \in [4, +\infty)$

c) $W(x, y) = x^2 - pxy + 16y^2, \quad p \in [-8, 8]$

d) $W(x, y) = x^2 + pxy + 4y^2, \quad p \in [-4, 4]$

5. Podać wartość granicy ciągu.

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{n^9 + 6n^6} - n^3 \right) = 2$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{n^6 + 4n^4} - n^2 \right) = 4/3$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^4 + 2n^2} - n^2 \right) = 1$

d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 + n} - n \right) = 1/2$

6. Dla podanej liczby zespolonej z podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią n taką, że z^n jest liczbą rzeczywistą.

a) $z = 3 + 3i, \quad n = 4$

b) $z = -\sqrt{3} + 3i, \quad n = 3$

c) $z = 3 + i\sqrt{3}, \quad n = 6$

d) $z = \sqrt{3} + 3i, \quad n = 3$

7. Dla wskazanej wartości parametru p podać zbiór rzeczywistych wartości własnych macierzy $\begin{pmatrix} 1 & p & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$.

- a) $p=0$, $\{\mathbf{1, 3, 4}\}$
- b) $p=3$, $\{\mathbf{0, 4}\}$
- c) $p=8$, $\{-\mathbf{1, 4, 5}\}$
- d) $p=-1$, $\{\mathbf{2, 4}\}$

8. Dla podanej macierzy wskazać taką wartość parametru p , aby wyznacznik macierzy był równy 0.

- a) $\begin{pmatrix} 13 & 13 & 13 \\ 3 & 5 & 7 \\ 11 & p & 7 \end{pmatrix}$, $p=\mathbf{9}$
- b) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 31 \\ 2 & 5 & 52 \\ 11 & 22 & p \end{pmatrix}$, $p=\mathbf{231}$
- c) $\begin{pmatrix} 9 & 16 & 25 \\ 1 & 8 & 9 \\ 9 & p & 9 \end{pmatrix}$, $p=\mathbf{0}$
- d) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 6 \\ 2 & 5 & 10 \\ 3 & 7 & p \end{pmatrix}$, $p=\mathbf{14}$

9. Dla podanej liczby r podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią n , dla której w grupie permutacji S_n istnieje element rzędu r .

- a) $r=28$, $n=\mathbf{11}$
- b) $r=29$, $n=\mathbf{29}$
- c) $r=27$, $n=\mathbf{27}$
- d) $r=30$, $n=\mathbf{10}$

10. Dla podanej liczby r podać najmniejszą liczbę naturalną $n > r$, dla której zbiór jednoelementowy $\{r\}$ z mnożeniem modulo n jest grupą.

a) $r = 8, \quad n = \mathbf{14}$

b) $r = 10, \quad n = \mathbf{15}$

c) $r = 9, \quad n = \mathbf{12}$

d) $r = 7, \quad n = \mathbf{14}$

11. W urnie jest b kul białych i c kul czarnych. Losujemy (bez zwracania) dwie kule. Niech $P(b, c)$ oznacza prawdopodobieństwo, że wylosowano dwie kule białe. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(10, 5) = \mathbf{3/7}$

b) $P(15, 6) = \mathbf{1/2}$

c) $P(6, 4) = \mathbf{1/3}$

d) $P(3, 3) = \mathbf{1/5}$

12. Rzucamy trzema kostkami do gry. Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że suma wyrzuconych oczek jest równa n . Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(16) = \mathbf{1/36}$

b) $P(17) = \mathbf{1/72}$

c) $P(15) = \mathbf{5/108}$

d) $P(18) = \mathbf{1/216}$

1. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości rzeczywistych parametru p , dla których podany szereg jest zbieżny.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{\sqrt[5]{n^p+1}}$, (**15**, $+\infty$)

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^p+1}}$, (**3**, $+\infty$)

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{\sqrt[6]{n^p+1}}$, (**24**, $+\infty$)

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt[4]{n^p+1}}$, (**8**, $+\infty$)

2. Niech $C(a, b) = \int_a^b \frac{dx}{x^2+1}$. Podać wartości poniższych wyrażeń.

a) $C(\sqrt{3}/3, 1) = \pi/12$

b) $C(0, \sqrt{3}) = \pi/3$

c) $C(-1, 1) = \pi/2$

d) $C(-\sqrt{3}, +\infty) = 5\pi/6$

3. Niech $C(a, b) = \left[\int_a^b \frac{dx}{\sqrt[6]{x^2+1}} \right]$, gdzie $[y]$ oznacza część całkowitą liczby y . Podać wartości poniższych wyrażeń.

a) $C(20, 26) = 2$

b) $C(50, 62) = 3$

c) $C(270, 300) = 4$

d) $C(100, 120) = 4$

4. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich takich wartości rzeczywistych parametru p , że dla dowolnych $x, y \in \mathbb{R}$ zachodzi nierówność $W(x, y) \geq 0$.

a) $W(x, y) = x^2 - 16xy + py^2, \quad p \in [64, +\infty)$

b) $W(x, y) = x^2 - pxy + 16y^2, \quad p \in [-8, 8]$

c) $W(x, y) = x^2 + 4xy + py^2, \quad p \in [4, +\infty)$

d) $W(x, y) = x^2 + pxy + 4y^2, \quad p \in [-4, 4]$

5. Podać wartość granicy ciągu.

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^4 + 2n^2} - n^2) = 1$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n} - n) = 1/2$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n^9 + 6n^6} - n^3) = 2$

d) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n^6 + 4n^4} - n^2) = 4/3$

6. Dla podanej liczby zespolonej z podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią n taką, że z^n jest liczbą rzeczywistą.

a) $z = 3 + 3i, \quad n = 4$

b) $z = -\sqrt{3} + 3i, \quad n = 3$

c) $z = 3 + i\sqrt{3}, \quad n = 6$

d) $z = \sqrt{3} + 3i, \quad n = 3$

7. Dla wskazanej wartości parametru p podać zbiór rzeczywistych wartości własnych macierzy $\begin{pmatrix} 1 & p & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$.

- a) $p=3$, $\{\mathbf{0}, \mathbf{4}\}$
- b) $p=8$, $\{-\mathbf{1}, \mathbf{4}, \mathbf{5}\}$
- c) $p=0$, $\{\mathbf{1}, \mathbf{3}, \mathbf{4}\}$
- d) $p=-1$, $\{\mathbf{2}, \mathbf{4}\}$

8. Dla podanej macierzy wskazać taką wartość parametru p , aby wyznacznik macierzy był równy 0.

- a) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 6 \\ 2 & 5 & 10 \\ 3 & 7 & p \end{pmatrix}$, $p=\mathbf{14}$
- b) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 31 \\ 2 & 5 & 52 \\ 11 & 22 & p \end{pmatrix}$, $p=\mathbf{231}$
- c) $\begin{pmatrix} 9 & 16 & 25 \\ 1 & 8 & 9 \\ 9 & p & 9 \end{pmatrix}$, $p=\mathbf{0}$
- d) $\begin{pmatrix} 13 & 13 & 13 \\ 3 & 5 & 7 \\ 11 & p & 7 \end{pmatrix}$, $p=\mathbf{9}$

9. Dla podanej liczby r podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią n , dla której w grupie permutacji S_n istnieje element rzędu r .

- a) $r=28$, $n=\mathbf{11}$
- b) $r=30$, $n=\mathbf{10}$
- c) $r=27$, $n=\mathbf{27}$
- d) $r=29$, $n=\mathbf{29}$

10. Dla podanej liczby r podać najmniejszą liczbę naturalną $n > r$, dla której zbiór jednoelementowy $\{r\}$ z mnożeniem modulo n jest grupą.

a) $r = 7, \quad n = \mathbf{14}$

b) $r = 10, \quad n = \mathbf{15}$

c) $r = 9, \quad n = \mathbf{12}$

d) $r = 8, \quad n = \mathbf{14}$

11. W urnie jest b kul białych i c kul czarnych. Losujemy (bez zwracania) dwie kule. Niech $P(b, c)$ oznacza prawdopodobieństwo, że wylosowano dwie kule białe. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(15, 6) = \mathbf{1/2}$

b) $P(6, 4) = \mathbf{1/3}$

c) $P(3, 3) = \mathbf{1/5}$

d) $P(10, 5) = \mathbf{3/7}$

12. Rzucamy trzema kostkami do gry. Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że suma wyrzuconych oczek jest równa n . Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(17) = \mathbf{1/72}$

b) $P(18) = \mathbf{1/216}$

c) $P(15) = \mathbf{5/108}$

d) $P(16) = \mathbf{1/36}$

1. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości rzeczywistych parametru p , dla których podany szereg jest zbieżny.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^p+1}}$, (**3**, $+\infty$)

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{\sqrt[6]{n^p+1}}$, (**24**, $+\infty$)

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt[4]{n^p+1}}$, (**8**, $+\infty$)

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{\sqrt[5]{n^p+1}}$, (**15**, $+\infty$)

2. Niech $C(a, b) = \int_a^b \frac{dx}{x^2+1}$. Podać wartości poniższych wyrażeń.

a) $C(\sqrt{3}/3, 1) = \pi/12$

b) $C(-1, 1) = \pi/2$

c) $C(-\sqrt{3}, +\infty) = 5\pi/6$

d) $C(0, \sqrt{3}) = \pi/3$

3. Niech $C(a, b) = \left[\int_a^b \frac{dx}{\sqrt[6]{x^2+1}} \right]$, gdzie $[y]$ oznacza część całkowitą liczby y . Podać wartości poniższych wyrażeń.

a) $C(270, 300) = 4$

b) $C(50, 62) = 3$

c) $C(100, 120) = 4$

d) $C(20, 26) = 2$

4. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich takich wartości rzeczywistych parametru p , że dla dowolnych $x, y \in \mathbb{R}$ zachodzi nierówność $W(x, y) \geq 0$.

a) $W(x, y) = x^2 - 16xy + py^2, \quad p \in [64, +\infty)$

b) $W(x, y) = x^2 + 4xy + py^2, \quad p \in [4, +\infty)$

c) $W(x, y) = x^2 + pxy + 4y^2, \quad p \in [-4, 4]$

d) $W(x, y) = x^2 - pxy + 16y^2, \quad p \in [-8, 8]$

5. Podać wartość granicy ciągu.

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^4 + 2n^2} - n^2) = 1$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n} - n) = 1/2$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n^6 + 4n^4} - n^2) = 4/3$

d) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n^9 + 6n^6} - n^3) = 2$

6. Dla podanej liczby zespolonej z podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią n taką, że z^n jest liczbą rzeczywistą.

a) $z = 3 + 3i, \quad n = 4$

b) $z = -\sqrt{3} + 3i, \quad n = 3$

c) $z = 3 + i\sqrt{3}, \quad n = 6$

d) $z = \sqrt{3} + 3i, \quad n = 3$

7. Dla wskazanej wartości parametru p podać zbiór rzeczywistych wartości własnych macierzy $\begin{pmatrix} 1 & p & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$.

- a) $p = -1$, $\{2, 4\}$
- b) $p = 3$, $\{0, 4\}$
- c) $p = 8$, $\{-1, 4, 5\}$
- d) $p = 0$, $\{1, 3, 4\}$

8. Dla podanej macierzy wskazać taką wartość parametru p , aby wyznacznik macierzy był równy 0.

- a) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 6 \\ 2 & 5 & 10 \\ 3 & 7 & p \end{pmatrix}$, $p = 14$
- b) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 31 \\ 2 & 5 & 52 \\ 11 & 22 & p \end{pmatrix}$, $p = 231$
- c) $\begin{pmatrix} 9 & 16 & 25 \\ 1 & 8 & 9 \\ 9 & p & 9 \end{pmatrix}$, $p = 0$
- d) $\begin{pmatrix} 13 & 13 & 13 \\ 3 & 5 & 7 \\ 11 & p & 7 \end{pmatrix}$, $p = 9$

9. Dla podanej liczby r podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią n , dla której w grupie permutacji S_n istnieje element rzędu r .

- a) $r = 30$, $n = 10$
- b) $r = 27$, $n = 27$
- c) $r = 28$, $n = 11$
- d) $r = 29$, $n = 29$

10. Dla podanej liczby r podać najmniejszą liczbę naturalną $n > r$, dla której zbiór jednoelementowy $\{r\}$ z mnożeniem modulo n jest grupą.

a) $r = 8, \quad n = \mathbf{14}$

b) $r = 7, \quad n = \mathbf{14}$

c) $r = 10, \quad n = \mathbf{15}$

d) $r = 9, \quad n = \mathbf{12}$

11. W urnie jest b kul białych i c kul czarnych. Losujemy (bez zwracania) dwie kule. Niech $P(b, c)$ oznacza prawdopodobieństwo, że wylosowano dwie kule białe. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(15, 6) = \mathbf{1/2}$

b) $P(10, 5) = \mathbf{3/7}$

c) $P(3, 3) = \mathbf{1/5}$

d) $P(6, 4) = \mathbf{1/3}$

12. Rzucamy trzema kostkami do gry. Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że suma wyrzuconych oczek jest równa n . Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(18) = \mathbf{1/216}$

b) $P(17) = \mathbf{1/72}$

c) $P(16) = \mathbf{1/36}$

d) $P(15) = \mathbf{5/108}$