

1. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości rzeczywistych parametru p , dla których podany szereg jest zbieżny.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^p+1}}$, $(2, +\infty)$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n^p+1}}$, $(0, +\infty)$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n^p+1)^3}$, $(1/3, +\infty)$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n^p+1)^3}$, $(0, +\infty)$

2. Podać sumę szeregu w postaci ułamka nieskracalnego.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{8^n} = -\frac{1}{9}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{9^n} = \frac{1}{8}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{8^n} = \frac{1}{7}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n} = \frac{1}{3}$

3. Niech $C(n) = \int_{-1}^2 x^n dx$. Podać wartości poniższych wyrażeń w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego.

a) $C(2) = 3$

b) $C(1) = 3/2$

c) $C(4) = 33/5$

d) $C(3) = 15/4$

4. Podać wartość granicy funkcji.

a) $\lim_{x \rightarrow e} \frac{\ln x - 1}{x - e} = \mathbf{1/e}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = \mathbf{1}$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{x - 1} = \mathbf{e}$

d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x - 1} = \mathbf{1}$

5. Podać wartość granicy ciągu dla tak dobranej liczby k , aby granica ta była dodatnia i skończona. Podać także wybraną liczbę k .

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^{60} + n^k} - n^{30}) = \mathbf{1/2}$ dla $k = \mathbf{30}$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[4]{n^{60} + n^k} - n^{15}) = \mathbf{1/4}$ dla $k = \mathbf{45}$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n^{60} + n^k} - n^{20}) = \mathbf{1/3}$ dla $k = \mathbf{40}$

d) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[5]{n^{60} + n^k} - n^{12}) = \mathbf{1/5}$ dla $k = \mathbf{48}$

6. Zapisać w postaci kanonicznej (tzn. $a + bi$) podaną liczbę zespoloną.

a) $i^7 = \mathbf{-i}$

b) $(1 + i)^7 = \mathbf{8 - 8 \cdot i}$

c) $(1 + \sqrt{3} \cdot i)^7 = \mathbf{64 + 64\sqrt{3} \cdot i}$

d) $(\sqrt{3} + i)^7 = \mathbf{-64\sqrt{3} - 64 \cdot i}$

7. W macierzy rozmiaru $n \times n$ o wyznaczniku 1 wszystkie wyrazy pomnożono przez -2 . Dla podanej liczby n podać wyznacznik tak powstałej macierzy.

- a) $n = 2$, $\det = 4$
- b) $n = 3$, $\det = -8$
- c) $n = 5$, $\det = -32$
- d) $n = 4$, $\det = 16$

8. Dla podanej liczby λ wskazać wartość parametru p , dla której λ jest wartością własną macierzy $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 60 & p \end{pmatrix}$.

- a) $\lambda = 6$, $p = 16$
- b) $\lambda = 5$, $p = 17$
- c) $\lambda = 4$, $p = 19$
- d) $\lambda = 3$, $p = 23$

9. Dla podanej liczby r podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią n , dla której w grupie permutacji S_n istnieje element rzędu r .

- a) $r = 50$, $n = 27$
- b) $r = 48$, $n = 19$
- c) $r = 47$, $n = 47$
- d) $r = 49$, $n = 49$

10. Element g grupy G ma rząd 60. Wobec tego

- a) element g^{27} ma rząd **20**
- b) element g^{26} ma rząd **30**
- c) element g^{24} ma rząd **5**
- d) element g^{25} ma rząd **12**

11. W jednej urnie znajduje się 6 kul z kolejnymi liczbami od 1 do 6, a w drugiej urnie jest 10 kul z kolejnymi liczbami od 1 do 10. Losujemy po jednej kuli z każdej urny. Niech $P(n)$ będzie prawdopodobieństwem, że suma liczb na obu wylosowanych kulach jest równa n . Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

- a) $P(13) = \mathbf{1/15}$
- b) $P(7) = \mathbf{1/10}$
- c) $P(9) = \mathbf{1/10}$
- d) $P(11) = \mathbf{1/10}$

12. W jednej urnie znajdują się dwie kule: biała i czarna, a w drugiej urnie jest $n+1$ kul: jedna biała i n czarnych. Z losowo wybranej urny wylosowano kulę, która okazała się być czarna. Kulę tę odłożono na bok, a następnie z tej samej urny wylosowano kolejną kulę. Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że druga wylosowana kula też jest czarna. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

- a) $P(3) = \mathbf{2/5}$
- b) $P(4) = \mathbf{6/13}$
- c) $P(5) = \mathbf{1/2}$
- d) $P(2) = \mathbf{2/7}$

1. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości rzeczywistych parametru p , dla których podany szereg jest zbieżny.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n^p + 1)^3}, \quad (1/3, +\infty)$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n^p + 1}}, \quad (0, +\infty)$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^p + 1}}, \quad (2, +\infty)$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n^p + 1)^3}, \quad (0, +\infty)$

2. Podać sumę szeregu w postaci ułamka nieskracalnego.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n} = \frac{1}{3}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{8^n} = \frac{1}{7}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{8^n} = -\frac{1}{9}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{9^n} = \frac{1}{8}$

3. Niech $C(n) = \int_{-1}^2 x^n dx$. Podać wartości poniższych wyrażeń w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego.

a) $C(4) = 33/5$

b) $C(2) = 3$

c) $C(1) = 3/2$

d) $C(3) = 15/4$

4. Podać wartość granicy funkcji.

a) $\lim_{x \rightarrow e} \frac{\ln x - 1}{x - e} = \mathbf{1/e}$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x - 1} = \mathbf{1}$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{x - 1} = \mathbf{e}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = \mathbf{1}$

5. Podać wartość granicy ciągu dla tak dobranej liczby k , aby granica ta była dodatnia i skończona. Podać także wybraną liczbę k .

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[5]{n^{60} + n^k} - n^{12} \right) = \mathbf{1/5}$ dla $k = \mathbf{48}$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[4]{n^{60} + n^k} - n^{15} \right) = \mathbf{1/4}$ dla $k = \mathbf{45}$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{n^{60} + n^k} - n^{20} \right) = \mathbf{1/3}$ dla $k = \mathbf{40}$

d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^{60} + n^k} - n^{30} \right) = \mathbf{1/2}$ dla $k = \mathbf{30}$

6. Zapisać w postaci kanonicznej (tzn. $a + bi$) podaną liczbę zespoloną.

a) $(1 + i)^7 = \mathbf{8 - 8 \cdot i}$

b) $(\sqrt{3} + i)^7 = \mathbf{-64\sqrt{3} - 64 \cdot i}$

c) $i^7 = \mathbf{-i}$

d) $(1 + \sqrt{3} \cdot i)^7 = \mathbf{64 + 64\sqrt{3} \cdot i}$

7. W macierzy rozmiaru $n \times n$ o wyznaczniku 1 wszystkie wyrazy pomnożono przez -2 . Dla podanej liczby n podać wyznacznik tak powstałej macierzy.

a) $n = 2$, $\det = 4$

b) $n = 3$, $\det = -8$

c) $n = 4$, $\det = 16$

d) $n = 5$, $\det = -32$

8. Dla podanej liczby λ wskazać wartość parametru p , dla której λ jest wartością własną macierzy $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 60 & p \end{pmatrix}$.

a) $\lambda = 3$, $p = 23$

b) $\lambda = 5$, $p = 17$

c) $\lambda = 4$, $p = 19$

d) $\lambda = 6$, $p = 16$

9. Dla podanej liczby r podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią n , dla której w grupie permutacji S_n istnieje element rzędu r .

a) $r = 48$, $n = 19$

b) $r = 49$, $n = 49$

c) $r = 47$, $n = 47$

d) $r = 50$, $n = 27$

10. Element g grupy G ma rząd 60. Wobec tego

- a) element g^{25} ma rząd **12**
- b) element g^{27} ma rząd **20**
- c) element g^{26} ma rząd **30**
- d) element g^{24} ma rząd **5**

11. W jednej urnie znajduje się 6 kul z kolejnymi liczbami od 1 do 6, a w drugiej urnie jest 10 kul z kolejnymi liczbami od 1 do 10. Losujemy po jednej kuli z każdej urny. Niech $P(n)$ będzie prawdopodobieństwem, że suma liczb na obu wylosowanych kulach jest równa n . Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

- a) $P(11) = 1/10$
- b) $P(13) = 1/15$
- c) $P(9) = 1/10$
- d) $P(7) = 1/10$

12. W jednej urnie znajdują się dwie kule: biała i czarna, a w drugiej urnie jest $n+1$ kul: jedna biała i n czarnych. Z losowo wybranej urny wylosowano kulę, która okazała się być czarna. Kulę tę odłożono na bok, a następnie z tej samej urny wylosowano kolejną kulę. Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że druga wylosowana kula też jest czarna. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

- a) $P(3) = 2/5$
- b) $P(4) = 6/13$
- c) $P(2) = 2/7$
- d) $P(5) = 1/2$

1. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości rzeczywistych parametru p , dla których podany szereg jest zbieżny.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n^p + 1)^3}, \quad (1/3, +\infty)$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^p + 1}}, \quad (2, +\infty)$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n^p + 1)^3}, \quad (0, +\infty)$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n^p + 1}}, \quad (0, +\infty)$

2. Podać sumę szeregu w postaci ułamka nieskracalnego.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{8^n} = -\frac{1}{9}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{8^n} = \frac{1}{7}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n} = \frac{1}{3}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{9^n} = \frac{1}{8}$

3. Niech $C(n) = \int_{-1}^2 x^n dx$. Podać wartości poniższych wyrażeń w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego.

a) $C(1) = 3/2$

b) $C(2) = 3$

c) $C(4) = 33/5$

d) $C(3) = 15/4$

4. Podać wartość granicy funkcji.

a) $\lim_{x \rightarrow e} \frac{\ln x - 1}{x - e} = \mathbf{1/e}$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{x - 1} = \mathbf{e}$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x - 1} = \mathbf{1}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = \mathbf{1}$

5. Podać wartość granicy ciągu dla tak dobranej liczby k , aby granica ta była dodatnia i skończona. Podać także wybraną liczbę k .

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{n^{60} + n^k} - n^{20} \right) = \mathbf{1/3}$ dla $k = \mathbf{40}$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^{60} + n^k} - n^{30} \right) = \mathbf{1/2}$ dla $k = \mathbf{30}$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[5]{n^{60} + n^k} - n^{12} \right) = \mathbf{1/5}$ dla $k = \mathbf{48}$

d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[4]{n^{60} + n^k} - n^{15} \right) = \mathbf{1/4}$ dla $k = \mathbf{45}$

6. Zapisać w postaci kanonicznej (tzn. $a + bi$) podaną liczbę zespoloną.

a) $(1 + i)^7 = \mathbf{8 - 8 \cdot i}$

b) $(\sqrt{3} + i)^7 = \mathbf{-64\sqrt{3} - 64 \cdot i}$

c) $i^7 = \mathbf{-i}$

d) $(1 + \sqrt{3} \cdot i)^7 = \mathbf{64 + 64\sqrt{3} \cdot i}$

7. W macierzy rozmiaru $n \times n$ o wyznaczniku 1 wszystkie wyrazy pomnożono przez -2 . Dla podanej liczby n podać wyznacznik tak powstałej macierzy.

- a) $n = 3$, $\det = -8$
- b) $n = 4$, $\det = 16$
- c) $n = 2$, $\det = 4$
- d) $n = 5$, $\det = -32$

8. Dla podanej liczby λ wskazać wartość parametru p , dla której λ jest wartością własną macierzy $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 60 & p \end{pmatrix}$.

- a) $\lambda = 6$, $p = 16$
- b) $\lambda = 5$, $p = 17$
- c) $\lambda = 4$, $p = 19$
- d) $\lambda = 3$, $p = 23$

9. Dla podanej liczby r podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią n , dla której w grupie permutacji S_n istnieje element rzędu r .

- a) $r = 48$, $n = 19$
- b) $r = 50$, $n = 27$
- c) $r = 47$, $n = 47$
- d) $r = 49$, $n = 49$

10. Element g grupy G ma rząd 60. Wobec tego

- a) element g^{24} ma rząd **5**
- b) element g^{27} ma rząd **20**
- c) element g^{26} ma rząd **30**
- d) element g^{25} ma rząd **12**

11. W jednej urnie znajduje się 6 kul z kolejnymi liczbami od 1 do 6, a w drugiej urnie jest 10 kul z kolejnymi liczbami od 1 do 10. Losujemy po jednej kuli z każdej urny. Niech $P(n)$ będzie prawdopodobieństwem, że suma liczb na obu wylosowanych kulach jest równa n . Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

- a) $P(13) = \mathbf{1/15}$
- b) $P(9) = \mathbf{1/10}$
- c) $P(7) = \mathbf{1/10}$
- d) $P(11) = \mathbf{1/10}$

12. W jednej urnie znajdują się dwie kule: biała i czarna, a w drugiej urnie jest $n+1$ kul: jedna biała i n czarnych. Z losowo wybranej urny wylosowano kulę, która okazała się być czarna. Kulę tę odłożono na bok, a następnie z tej samej urny wylosowano kolejną kulę. Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że druga wylosowana kula też jest czarna. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

- a) $P(4) = \mathbf{6/13}$
- b) $P(5) = \mathbf{1/2}$
- c) $P(2) = \mathbf{2/7}$
- d) $P(3) = \mathbf{2/5}$

1. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości rzeczywistych parametru p , dla których podany szereg jest zbieżny.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^p+1}}$, $(2, +\infty)$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n^p+1)^3}$, $(0, +\infty)$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n^p+1}}$, $(0, +\infty)$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n^p+1)^3}$, $(1/3, +\infty)$

2. Podać sumę szeregu w postaci ułamka nieskracalnego.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{8^n} = -\frac{1}{9}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n} = \frac{1}{3}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{9^n} = \frac{1}{8}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{8^n} = \frac{1}{7}$

3. Niech $C(n) = \int_{-1}^2 x^n dx$. Podać wartości poniższych wyrażeń w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego.

a) $C(4) = 33/5$

b) $C(2) = 3$

c) $C(3) = 15/4$

d) $C(1) = 3/2$

4. Podać wartość granicy funkcji.

a) $\lim_{x \rightarrow e} \frac{\ln x - 1}{x - e} = \mathbf{1/e}$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x - 1} = \mathbf{1}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = \mathbf{1}$

d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{x - 1} = \mathbf{e}$

5. Podać wartość granicy ciągu dla tak dobranej liczby k , aby granica ta była dodatnia i skończona. Podać także wybraną liczbę k .

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{n^{60} + n^k} - n^{20} \right) = \mathbf{1/3}$ dla $k = \mathbf{40}$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^{60} + n^k} - n^{30} \right) = \mathbf{1/2}$ dla $k = \mathbf{30}$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[4]{n^{60} + n^k} - n^{15} \right) = \mathbf{1/4}$ dla $k = \mathbf{45}$

d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[5]{n^{60} + n^k} - n^{12} \right) = \mathbf{1/5}$ dla $k = \mathbf{48}$

6. Zapisać w postaci kanonicznej (tzn. $a + bi$) podaną liczbę zespoloną.

a) $(1 + i)^7 = \mathbf{8 - 8 \cdot i}$

b) $(\sqrt{3} + i)^7 = \mathbf{-64\sqrt{3} - 64 \cdot i}$

c) $i^7 = \mathbf{-i}$

d) $(1 + \sqrt{3} \cdot i)^7 = \mathbf{64 + 64\sqrt{3} \cdot i}$

7. W macierzy rozmiaru $n \times n$ o wyznaczniku 1 wszystkie wyrazy pomnożono przez -2 . Dla podanej liczby n podać wyznacznik tak powstałej macierzy.

a) $n = 5$, $\det = -\mathbf{32}$

b) $n = 3$, $\det = -\mathbf{8}$

c) $n = 4$, $\det = \mathbf{16}$

d) $n = 2$, $\det = \mathbf{4}$

8. Dla podanej liczby λ wskazać wartość parametru p , dla której λ jest wartością własną macierzy $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 60 & p \end{pmatrix}$.

a) $\lambda = 6$, $p = \mathbf{16}$

b) $\lambda = 5$, $p = \mathbf{17}$

c) $\lambda = 4$, $p = \mathbf{19}$

d) $\lambda = 3$, $p = \mathbf{23}$

9. Dla podanej liczby r podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią n , dla której w grupie permutacji S_n istnieje element rzędu r .

a) $r = 50$, $n = \mathbf{27}$

b) $r = 47$, $n = \mathbf{47}$

c) $r = 48$, $n = \mathbf{19}$

d) $r = 49$, $n = \mathbf{49}$

10. Element g grupy G ma rząd 60. Wobec tego

- a) element g^{25} ma rząd **12**
- b) element g^{24} ma rząd **5**
- c) element g^{27} ma rząd **20**
- d) element g^{26} ma rząd **30**

11. W jednej urnie znajduje się 6 kul z kolejnymi liczbami od 1 do 6, a w drugiej urnie jest 10 kul z kolejnymi liczbami od 1 do 10. Losujemy po jednej kuli z każdej urny. Niech $P(n)$ będzie prawdopodobieństwem, że suma liczb na obu wylosowanych kulach jest równa n . Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

- a) $P(13) = \mathbf{1/15}$
- b) $P(11) = \mathbf{1/10}$
- c) $P(7) = \mathbf{1/10}$
- d) $P(9) = \mathbf{1/10}$

12. W jednej urnie znajdują się dwie kule: biała i czarna, a w drugiej urnie jest $n+1$ kul: jedna biała i n czarnych. Z losowo wybranej urny wylosowano kulę, która okazała się być czarna. Kulę tę odłożono na bok, a następnie z tej samej urny wylosowano kolejną kulę. Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że druga wylosowana kula też jest czarna. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

- a) $P(5) = \mathbf{1/2}$
- b) $P(4) = \mathbf{6/13}$
- c) $P(3) = \mathbf{2/5}$
- d) $P(2) = \mathbf{2/7}$