1. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości rzeczywistych parametru p, dla których podany szereg jest zbieżny.

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n^p+1}}$, ...

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt{n^p+1}}$, ...

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n^p+1)^3}$, ...

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(n^p+1)^3}$, ...

2. Podać sumę szeregu w postaci ułamka nieskracalnego.

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{8^n}=$ ....

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{9^n}=$ ....

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{8^n}=$ ....

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{4^n}=$ ....

3. Niech $C(n)=\int\limits_{-1}^{2}x^n\,dx$. Podać wartości poniższych wyrażeń w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego.

a) $C(2)=$ ....

b) $C(1)=$ ....

c) $C(4)=$ ....

d) $C(3)=$ ....

4. Podać wartość granicy funkcji.

a) $\lim\limits_{x\to e}\frac{\ln x-1}{x-e}=$ ....

b) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x-1}{x}=$ ....

c) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{e^x-e}{x-1}=$ ....

d) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{\ln x}{x-1}=$ ....

5. Podać wartość granicy ciągu dla tak dobranej liczby k, aby granica ta była dodatnia i skończona. Podać także wybraną liczbę k.

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^{60}+n^k}-n^{30}\right)=$ .... dla $k=$ ....

b) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt[4]{n^{60}+n^k}-n^{15}\right)=$ .... dla $k=$ ....

c) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt[3]{n^{60}+n^k}-n^{20}\right)=$ .... dla $k=$ ....

d) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt[5]{n^{60}+n^k}-n^{12}\right)=$ .... dla $k=$ ....

6. Zapisać w postaci kanonicznej (tzn. $a+bi$) podaną liczbę zespoloną.

a) $i^7=$ ....

b) $(1+i)^7=$ ....

c) $\left(1+\sqrt{3}\cdot i\right)^7=$ ....

d) $\left(\sqrt{3}+i\right)^7=$ ....

7. W macierzy rozmiaru $n \times n$ o wyznaczniku 1 wszystkie wyrazy pomnożono przez -2. Dla podanej liczby n podać wyznacznik tak powstałej macierzy.

a) $n=2$, $\det=$ ....

b) $n=3$, $\det=$ ....

c) $n=5$, $\det=$ ....

d) $n=4$, $\det=$ ....

8. Dla podanej liczby λ wskazać wartość parametru p, dla której λ jest wartością własną macierzy $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 60 & p \end{pmatrix}$.

a) $\lambda=6$, $p=$ ....

b) $\lambda=5$, $p=$ ....

c) $\lambda=4$, $p=$ ....

d) $\lambda=3$, $p=$ ....

9. Dla podanej liczby r podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią n, dla której w grupie permutacji S_n istnieje element rzędu r.

a) $r=50$, $n=$ ....

b) $r=48$, $n=$ ....

c) $r=47$, $n=$ ....

d) $r=49$, $n=$ ....

10. Element g grupy G ma rząd 60. Wobec tego

a) element g^{27} ma rząd ....

b) element g^{26} ma rząd ....

c) element g^{24} ma rząd ....

d) element g^{25} ma rząd ....

11. W jednej urnie znajduje się 6 kul z kolejnymi liczbami od 1 do 6, a w drugiej urnie jest 10 kul z kolejnymi liczbami od 1 do 10. Losujemy po jednej kuli z każdej urny. Niech $P(n)$ będzie prawdopodobieństwem, że suma liczb na obu wylosowanych kulach jest równa n. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(13) =$ ....

b) $P(7) =$ ....

c) $P(9) =$ ....

d) $P(11) =$ ....

12. W jednej urnie znajdują się dwie kule: biała i czarna, a w drugiej urnie jest $n+1$ kul: jedna biała i n czarnych. Z losowo wybranej urny wylosowano kulę, która okazała się być czarna. Kulę tę odłożono na bok, a następnie z tej samej urny wylosowano kolejną kulę. Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że druga wylosowana kula też jest czarna. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(3) =$ ....

b) $P(4) =$ ....

c) $P(5) =$ ....

d) $P(2) =$ ....