1. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości rzeczywistych parametru p, dla których podany szereg jest zbieżny.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n^p+1}}$, $\quad$ $(\mathbf{0}, +\infty)$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n^2}}{\sqrt[4]{n^p+1}}$, $\quad$ $(\mathbf{0}, +\infty)$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n^2+n}}{\sqrt[5]{n^p+1}}$, $\quad$ $(\mathbf{5}, +\infty)$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n^2-n}}{\sqrt[6]{n^p+1}}$, $\quad$ $(\mathbf{6}, +\infty)$

2. Niech $C(a,b) = \left[\int_a^b \log_x 2\, dx \right]$, gdzie $[y]$ oznacza część całkowitą liczby y. Podać wartości poniższych wyrażeń.

a) $C(800,880) = \mathbf{8}$

b) $C(400,440) = \mathbf{4}$

c) $C(200,240) = \mathbf{5}$

d) $C(80,122) = \mathbf{6}$

3. Dla podanej liczby a podać taką liczbę rzeczywistą dodatnią b, aby $\int_a^b \frac{x\,dx}{x^2+1} = \frac{\ln 5}{2}$.

a) $a = 1$, $\quad b = \mathbf{3}$

b) $a = 0$, $\quad b = \mathbf{2}$

c) $a = 3$, $\quad b = \mathbf{7}$

d) $a = 2$, $\quad b = \sqrt{\mathbf{24}} = \mathbf{2} \cdot \sqrt{\mathbf{6}}$

4. Podać promień zbieżności szeregu potęgowego.

a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\binom{3n}{n}\cdot n!\cdot x^{2n}}{n^n}$, $\quad R=\mathbf{\dfrac{2\sqrt{e}}{\sqrt{27}}=\dfrac{2\sqrt{e}}{3\sqrt{3}}}$

b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\binom{2n}{n}\cdot n!\cdot x^{n}}{n^n}$, $\quad R=\mathbf{\dfrac{e}{4}}$

c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\binom{2n}{n}\cdot n!\cdot x^{2n}}{n^n}$, $\quad R=\mathbf{\dfrac{\sqrt{e}}{2}}$

d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\binom{3n}{n}\cdot n!\cdot x^{n}}{n^n}$, $\quad R=\mathbf{\dfrac{4e}{27}}$

5. Dla podanej liczby a wskazać liczby b i c o następującej własności: Dla każdego układu równań liniowych z trzema niewiadomymi, którego rozwiązaniami są $(1,2,3)$ oraz $(2,3,5)$, rozwiązaniem tego układu jest także (a,b,c).

a) $a=0,\quad b=\mathbf{1},\quad c=\mathbf{1}$

b) $a=4,\quad b=\mathbf{5},\quad c=\mathbf{9}$

c) $a=3,\quad b=\mathbf{4},\quad c=\mathbf{7}$

d) $a=5,\quad b=\mathbf{6},\quad c=\mathbf{11}$

6. Dla podanych liczb a i b wskazać liczbę c o następującej własności: Dla każdego układu równań liniowych jednorodnych z trzema niewiadomymi, którego rozwiązaniami są $(1,2,3)$ oraz $(2,3,5)$, rozwiązaniem tego układu jest także (a,b,c).

a) $a=5,\quad b=7,\quad c=\mathbf{12}$

b) $a=4,\quad b=1,\quad c=\mathbf{5}$

c) $a=0,\quad b=2,\quad c=\mathbf{2}$

d) $a=3,\quad b=3,\quad c=\mathbf{6}$

7. Podać zbiór rozwiązań nierówności.

a) $\log_2|\log_2 x|<1$, $\quad(\mathbf{1/4,\,1})\cup(\mathbf{1,\,4})$

b) $\log_2\log_2|\log_2 x|<1$, $\quad(\mathbf{1/16,\,1/2})\cup(\mathbf{2,\,16})$

c) $\log_2|\log_2\log_2 x|<1$, $\quad\left(\sqrt[4]{\mathbf{2}},\,\mathbf{2}\right)\cup(\mathbf{2,\,16})$

d) $\log_2\log_2\log_2|\log_2 x|<1$, $\quad\left(\mathbf{2^{-16},\,1/4}\right)\cup\left(\mathbf{4,\,2^{16}}\right)$

8. Niech $z_1=7$ oraz $z_2=7i$. Dla podanej liczby zespolonej z_3 podać taką liczbę zespoloną z, aby $|z-z_1|=|z-z_2|=|z-z_3|$.

a) $z_3=-5i$, $\quad z=\mathbf{1+i}$

b) $z_3=5i$, $\quad z=\mathbf{6+6i}$

c) $z_3=-3$, $\quad z=\mathbf{2+2i}$

d) $z_3=3$, $\quad z=\mathbf{5+5i}$

9. Dla podanej liczby r podać zbiór wszystkich takich liczb naturalnych $n>r$, że zbiór jednoelementowy $\{r\}$ z mnożeniem modulo n jest grupą.

a) $r=11$, $\quad n\in\{\mathbf{22,55,110}\}$

b) $r=8$, $\quad n\in\{\mathbf{14,28,56}\}$

c) $r=7$, $\quad n\in\{\mathbf{14,21,42}\}$

d) $r=10$, $\quad n\in\{\mathbf{15,18,30,45,90}\}$

10. W grupie cyklicznej rzędu 720

a) liczba elementów rzędu 10 jest równa **4**

b) liczba elementów rzędu 9 jest równa **6**

c) liczba elementów rzędu 7 jest równa **0**

d) liczba elementów rzędu 8 jest równa **4**

11. Kostka do gry jest spreparowana w ten sposób, że prawdopodobieństwo wyrzucenia szóstki jest równe p, a prawdopodobieństwa wyrzucenia pozostałych liczb oczek są równe. Niech $E(p)$ będzie wartością oczekiwaną liczby wyrzuconych oczek w pojedynczym rzucie tą kostką. Podać w postaci liczby całkowitej albo ułamka nieskracalnego lub dziesiętnego:

a) $E(1/3) = \mathbf{4}$

b) $E(1/12) = \mathbf{13/4} = \mathbf{3\frac{1}{4}} = \mathbf{3{,}25}$

c) $E(1/5) = \mathbf{18/5} = \mathbf{3\frac{3}{5}} = \mathbf{3{,}6}$

d) $E(1/4) = \mathbf{15/4} = \mathbf{3\frac{3}{4}} = \mathbf{3{,}75}$

12. Uzupełnić podane prawdopodobieństwa wiedząc, że zdarzenia losowe A, B i C są niezależne.

a) $P(A) = \mathbf{2/3}$ $P(B) = \mathbf{3/4}$ $P(C) = \mathbf{1/2}$ $P(A \cap B) = 1/2$

$P(B \cap C) = \mathbf{3/8}$ $P(C \cap A) = 1/3$ $P(A \cap B \cap C) = 1/4$

b) $P(A) = \mathbf{1/3}$ $P(B) = \mathbf{1/3}$ $P(C) = \mathbf{1/3}$ $P(A \cap B) = 1/9$

$P(B \cap C) = 1/9$ $P(C \cap A) = 1/9$ $P(A \cap B \cap C) = \mathbf{1/27}$

c) $P(A) = \mathbf{1/3}$ $P(B) = \mathbf{3/4}$ $P(C) = \mathbf{1/3}$ $P(A \cap B) = 1/4$

$P(B \cap C) = 1/4$ $P(C \cap A) = 1/9$ $P(A \cap B \cap C) = \mathbf{1/12}$

d) $P(A) = \mathbf{1/2}$ $P(B) = 1/3$ $P(C) = 1/4$ $P(A \cap B) = 1/6$

$P(B \cap C) = \mathbf{1/12}$ $P(C \cap A) = \mathbf{1/8}$ $P(A \cap B \cap C) = \mathbf{1/24}$

1. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości rzeczywistych parametru p, dla których podany szereg jest zbieżny.

a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n^2+n}}{\sqrt[5]{n^p+1}}$, $\quad$ $\mathbf{(5,+\infty)}$

b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n^2}}{\sqrt[4]{n^p+1}}$, $\quad$ $\mathbf{(0,+\infty)}$

c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n}}{\sqrt[3]{n^p+1}}$, $\quad$ $\mathbf{(0,+\infty)}$

d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n^2-n}}{\sqrt[6]{n^p+1}}$, $\quad$ $\mathbf{(6,+\infty)}$

2. Niech $C(a,b)=\left[\displaystyle\int_a^b \log_x 2\,dx\right]$, gdzie $[y]$ oznacza część całkowitą liczby y. Podać wartości poniższych wyrażeń.

a) $C(80,122)=\mathbf{6}$

b) $C(200,240)=\mathbf{5}$

c) $C(800,880)=\mathbf{8}$

d) $C(400,440)=\mathbf{4}$

3. Dla podanej liczby a podać taką liczbę rzeczywistą dodatnią b, aby $\displaystyle\int_a^b \frac{x\,dx}{x^2+1}=\frac{\ln 5}{2}$.

a) $a=3, \quad b=\mathbf{7}$

b) $a=1, \quad b=\mathbf{3}$

c) $a=0, \quad b=\mathbf{2}$

d) $a=2, \quad b=\boldsymbol{\sqrt{24}=2\cdot\sqrt{6}}$

4. Podać promień zbieżności szeregu potęgowego.

a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\binom{3n}{n}\cdot n!\cdot x^{2n}}{n^n}$, $\quad R=\dfrac{\mathbf{2\sqrt{e}}}{\mathbf{\sqrt{27}}}=\dfrac{\mathbf{2\sqrt{e}}}{\mathbf{3\sqrt{3}}}$

b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\binom{3n}{n}\cdot n!\cdot x^{n}}{n^n}$, $\quad R=\dfrac{\mathbf{4e}}{\mathbf{27}}$

c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\binom{2n}{n}\cdot n!\cdot x^{2n}}{n^n}$, $\quad R=\dfrac{\mathbf{\sqrt{e}}}{\mathbf{2}}$

d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\binom{2n}{n}\cdot n!\cdot x^{n}}{n^n}$, $\quad R=\dfrac{\mathbf{e}}{\mathbf{4}}$

5. Dla podanej liczby a wskazać liczby b i c o następującej własności: Dla każdego układu równań liniowych z trzema niewiadomymi, którego rozwiązaniami są $(1,2,3)$ oraz $(2,3,5)$, rozwiązaniem tego układu jest także (a,b,c).

a) $a=5$, $b=\mathbf{6}$, $c=\mathbf{11}$

b) $a=4$, $b=\mathbf{5}$, $c=\mathbf{9}$

c) $a=3$, $b=\mathbf{4}$, $c=\mathbf{7}$

d) $a=0$, $b=\mathbf{1}$, $c=\mathbf{1}$

6. Dla podanych liczb a i b wskazać liczbę c o następującej własności: Dla każdego układu równań liniowych jednorodnych z trzema niewiadomymi, którego rozwiązaniami są $(1,2,3)$ oraz $(2,3,5)$, rozwiązaniem tego układu jest także (a,b,c).

a) $a=4$, $b=1$, $c=\mathbf{5}$

b) $a=3$, $b=3$, $c=\mathbf{6}$

c) $a=5$, $b=7$, $c=\mathbf{12}$

d) $a=0$, $b=2$, $c=\mathbf{2}$

7. Podać zbiór rozwiązań nierówności.

a) $\log_2|\log_2 x|<1$, $\quad$ $\mathbf{(1/4,\,1)\cup(1,\,4)}$

b) $\log_2\log_2|\log_2 x|<1$, $\quad$ $\mathbf{(1/16,\,1/2)\cup(2,\,16)}$

c) $\log_2\log_2\log_2|\log_2 x|<1$, $\quad$ $\mathbf{\left(2^{-16},\,1/4\right)\cup\left(4,\,2^{16}\right)}$

d) $\log_2|\log_2\log_2 x|<1$, $\quad$ $\mathbf{\left(\sqrt[4]{2},\,2\right)\cup(2,\,16)}$

8. Niech $z_1=7$ oraz $z_2=7i$. Dla podanej liczby zespolonej z_3 podać taką liczbę zespoloną z, aby $|z-z_1|=|z-z_2|=|z-z_3|$.

a) $z_3=3$, $\quad$ $z=\mathbf{5+5i}$

b) $z_3=5i$, $\quad$ $z=\mathbf{6+6i}$

c) $z_3=-3$, $\quad$ $z=\mathbf{2+2i}$

d) $z_3=-5i$, $\quad$ $z=\mathbf{1+i}$

9. Dla podanej liczby r podać zbiór wszystkich takich liczb naturalnych $n>r$, że zbiór jednoelementowy $\{r\}$ z mnożeniem modulo n jest grupą.

a) $r=8$, $\quad$ $n\in\{\mathbf{14,28,56}\}$

b) $r=10$, $\quad$ $n\in\{\mathbf{15,18,30,45,90}\}$

c) $r=7$, $\quad$ $n\in\{\mathbf{14,21,42}\}$

d) $r=11$, $\quad$ $n\in\{\mathbf{22,55,110}\}$

10. W grupie cyklicznej rzędu 720

a) liczba elementów rzędu 8 jest równa **4**

b) liczba elementów rzędu 10 jest równa **4**

c) liczba elementów rzędu 9 jest równa **6**

d) liczba elementów rzędu 7 jest równa **0**

11. Kostka do gry jest spreparowana w ten sposób, że prawdopodobieństwo wyrzucenia szóstki jest równe p, a prawdopodobieństwa wyrzucenia pozostałych liczb oczek są równe. Niech $E(p)$ będzie wartością oczekiwaną liczby wyrzuconych oczek w pojedynczym rzucie tą kostką. Podać w postaci liczby całkowitej albo ułamka nieskracalnego lub dziesiętnego:

a) $E(1/4) = \mathbf{15/4 = 3\frac{3}{4} = 3{,}75}$

b) $E(1/3) = \mathbf{4}$

c) $E(1/5) = \mathbf{18/5 = 3\frac{3}{5} = 3{,}6}$

d) $E(1/12) = \mathbf{13/4 = 3\frac{1}{4} = 3{,}25}$

12. Uzupełnić podane prawdopodobieństwa wiedząc, że zdarzenia losowe A, B i C są niezależne.

a) $P(A) = \mathbf{2/3}$ $P(B) = \mathbf{3/4}$ $P(C) = \mathbf{1/2}$ $P(A \cap B) = 1/2$

$P(B \cap C) = \mathbf{3/8}$ $P(C \cap A) = 1/3$ $P(A \cap B \cap C) = 1/4$

b) $P(A) = \mathbf{1/3}$ $P(B) = \mathbf{1/3}$ $P(C) = \mathbf{1/3}$ $P(A \cap B) = 1/9$

$P(B \cap C) = 1/9$ $P(C \cap A) = 1/9$ $P(A \cap B \cap C) = \mathbf{1/27}$

c) $P(A) = \mathbf{1/2}$ $P(B) = 1/3$ $P(C) = 1/4$ $P(A \cap B) = 1/6$

$P(B \cap C) = \mathbf{1/12}$ $P(C \cap A) = \mathbf{1/8}$ $P(A \cap B \cap C) = \mathbf{1/24}$

d) $P(A) = \mathbf{1/3}$ $P(B) = \mathbf{3/4}$ $P(C) = \mathbf{1/3}$ $P(A \cap B) = 1/4$

$P(B \cap C) = 1/4$ $P(C \cap A) = 1/9$ $P(A \cap B \cap C) = \mathbf{1/12}$

1. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości rzeczywistych parametru p, dla których podany szereg jest zbieżny.

a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n^2+n}}{\sqrt[5]{n^p+1}}$, $\quad(\mathbf{5},+\infty)$

b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n}}{\sqrt[3]{n^p+1}}$, $\quad(\mathbf{0},+\infty)$

c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n^2-n}}{\sqrt[6]{n^p+1}}$, $\quad(\mathbf{6},+\infty)$

d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n^2}}{\sqrt[4]{n^p+1}}$, $\quad(\mathbf{0},+\infty)$

2. Niech $C(a,b)=\left[\displaystyle\int_a^b \log_x 2\,dx\right]$, gdzie $[y]$ oznacza część całkowitą liczby y. Podać wartości poniższych wyrażeń.

a) $C(800,880)=\mathbf{8}$

b) $C(200,240)=\mathbf{5}$

c) $C(80,122)=\mathbf{6}$

d) $C(400,440)=\mathbf{4}$

3. Dla podanej liczby a podać taką liczbę rzeczywistą dodatnią b, aby $\displaystyle\int_a^b \frac{x\,dx}{x^2+1}=\frac{\ln 5}{2}$.

a) $a=0$, $\quad b=\mathbf{2}$

b) $a=1$, $\quad b=\mathbf{3}$

c) $a=3$, $\quad b=\mathbf{7}$

d) $a=2$, $\quad b=\sqrt{\mathbf{24}}=\mathbf{2}\cdot\sqrt{\mathbf{6}}$

4. Podać promień zbieżności szeregu potęgowego.

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\binom{3n}{n} \cdot n! \cdot x^{2n}}{n^n}$, $R = \mathbf{\dfrac{2\sqrt{e}}{\sqrt{27}} = \dfrac{2\sqrt{e}}{3\sqrt{3}}}$

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\binom{2n}{n} \cdot n! \cdot x^{2n}}{n^n}$, $R = \mathbf{\dfrac{\sqrt{e}}{2}}$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\binom{3n}{n} \cdot n! \cdot x^{n}}{n^n}$, $R = \mathbf{\dfrac{4e}{27}}$

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\binom{2n}{n} \cdot n! \cdot x^{n}}{n^n}$, $R = \mathbf{\dfrac{e}{4}}$

5. Dla podanej liczby a wskazać liczby b i c o następującej własności: Dla każdego układu równań liniowych z trzema niewiadomymi, którego rozwiązaniami są $(1,2,3)$ oraz $(2,3,5)$, rozwiązaniem tego układu jest także (a,b,c).

a) $a=3$, $b=\mathbf{4}$, $c=\mathbf{7}$

b) $a=0$, $b=\mathbf{1}$, $c=\mathbf{1}$

c) $a=5$, $b=\mathbf{6}$, $c=\mathbf{11}$

d) $a=4$, $b=\mathbf{5}$, $c=\mathbf{9}$

6. Dla podanych liczb a i b wskazać liczbę c o następującej własności: Dla każdego układu równań liniowych jednorodnych z trzema niewiadomymi, którego rozwiązaniami są $(1,2,3)$ oraz $(2,3,5)$, rozwiązaniem tego układu jest także (a,b,c).

a) $a=4$, $b=1$, $c=\mathbf{5}$

b) $a=3$, $b=3$, $c=\mathbf{6}$

c) $a=5$, $b=7$, $c=\mathbf{12}$

d) $a=0$, $b=2$, $c=\mathbf{2}$

7. Podać zbiór rozwiązań nierówności.

a) $\log_2\log_2|\log_2 x|<1$, $\quad \mathbf{(1/16,\,1/2)\cup(2,\,16)}$

b) $\log_2\log_2\log_2|\log_2 x|<1$, $\quad \mathbf{\left(2^{-16},\,1/4\right)\cup\left(4,\,2^{16}\right)}$

c) $\log_2|\log_2 x|<1$, $\quad \mathbf{(1/4,\,1)\cup(1,\,4)}$

d) $\log_2|\log_2\log_2 x|<1$, $\quad \mathbf{\left(\sqrt[4]{2},\,2\right)\cup(2,\,16)}$

8. Niech $z_1=7$ oraz $z_2=7i$. Dla podanej liczby zespolonej z_3 podać taką liczbę zespoloną z, aby $|z-z_1|=|z-z_2|=|z-z_3|$.

a) $z_3=-5i$, $\quad z=\mathbf{1+i}$

b) $z_3=5i$, $\quad z=\mathbf{6+6i}$

c) $z_3=-3$, $\quad z=\mathbf{2+2i}$

d) $z_3=3$, $\quad z=\mathbf{5+5i}$

9. Dla podanej liczby r podać zbiór wszystkich takich liczb naturalnych $n>r$, że zbiór jednoelementowy $\{r\}$ z mnożeniem modulo n jest grupą.

a) $r=8$, $\quad n\in\{\mathbf{14,28,56}\}$

b) $r=11$, $\quad n\in\{\mathbf{22,55,110}\}$

c) $r=7$, $\quad n\in\{\mathbf{14,21,42}\}$

d) $r=10$, $\quad n\in\{\mathbf{15,18,30,45,90}\}$

10. W grupie cyklicznej rzędu 720

a) liczba elementów rzędu 7 jest równa **0**

b) liczba elementów rzędu 10 jest równa **4**

c) liczba elementów rzędu 9 jest równa **6**

d) liczba elementów rzędu 8 jest równa **4**

11. Kostka do gry jest spreparowana w ten sposób, że prawdopodobieństwo wyrzucenia szóstki jest równe p, a prawdopodobieństwa wyrzucenia pozostałych liczb oczek są równe. Niech $E(p)$ będzie wartością oczekiwaną liczby wyrzuconych oczek w pojedynczym rzucie tą kostką. Podać w postaci liczby całkowitej albo ułamka nieskracalnego lub dziesiętnego:

a) $E(1/3)=\mathbf{4}$

b) $E(1/5)=\mathbf{18/5=3\frac{3}{5}=3{,}6}$

c) $E(1/12)=\mathbf{13/4=3\frac{1}{4}=3{,}25}$

d) $E(1/4)=\mathbf{15/4=3\frac{3}{4}=3{,}75}$

12. Uzupełnić podane prawdopodobieństwa wiedząc, że zdarzenia losowe A, B i C są niezależne.

a) $P(A)=\mathbf{1/3}$ $P(B)=\mathbf{1/3}$ $P(C)=\mathbf{1/3}$ $P(A\cap B)=1/9$

$P(B\cap C)=1/9$ $P(C\cap A)=1/9$ $P(A\cap B\cap C)=\mathbf{1/27}$

b) $P(A)=\mathbf{1/3}$ $P(B)=\mathbf{3/4}$ $P(C)=\mathbf{1/3}$ $P(A\cap B)=1/4$

$P(B\cap C)=1/4$ $P(C\cap A)=1/9$ $P(A\cap B\cap C)=\mathbf{1/12}$

c) $P(A)=\mathbf{1/2}$ $P(B)=1/3$ $P(C)=1/4$ $P(A\cap B)=1/6$

$P(B\cap C)=\mathbf{1/12}$ $P(C\cap A)=\mathbf{1/8}$ $P(A\cap B\cap C)=\mathbf{1/24}$

d) $P(A)=\mathbf{2/3}$ $P(B)=\mathbf{3/4}$ $P(C)=\mathbf{1/2}$ $P(A\cap B)=1/2$

$P(B\cap C)=\mathbf{3/8}$ $P(C\cap A)=1/3$ $P(A\cap B\cap C)=1/4$

1. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości rzeczywistych parametru p, dla których podany szereg jest zbieżny.

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n^p+1}}$, $\quad$ $(\mathbf{0}, +\boldsymbol{\infty})$

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n^2-n}}{\sqrt[6]{n^p+1}}$, $\quad$ $(\mathbf{6}, +\boldsymbol{\infty})$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n^2}}{\sqrt[4]{n^p+1}}$, $\quad$ $(\mathbf{0}, +\boldsymbol{\infty})$

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n^2+n}}{\sqrt[5]{n^p+1}}$, $\quad$ $(\mathbf{5}, +\boldsymbol{\infty})$

2. Niech $C(a,b) = \left[\int\limits_a^b \log_x 2\, dx \right]$, gdzie $[y]$ oznacza część całkowitą liczby y. Podać wartości poniższych wyrażeń.

a) $C(800,880) = \mathbf{8}$

b) $C(80,122) = \mathbf{6}$

c) $C(400,440) = \mathbf{4}$

d) $C(200,240) = \mathbf{5}$

3. Dla podanej liczby a podać taką liczbę rzeczywistą dodatnią b, aby $\int\limits_a^b \frac{x\,dx}{x^2+1} = \frac{\ln 5}{2}$.

a) $a=3, \quad b=\mathbf{7}$

b) $a=1, \quad b=\mathbf{3}$

c) $a=2, \quad b=\sqrt{\mathbf{24}}=\mathbf{2}\cdot\sqrt{\mathbf{6}}$

d) $a=0, \quad b=\mathbf{2}$

4. Podać promień zbieżności szeregu potęgowego.

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\binom{3n}{n}\cdot n!\cdot x^{2n}}{n^n}$, $R=\frac{\mathbf{2\sqrt{e}}}{\mathbf{\sqrt{27}}}=\frac{\mathbf{2\sqrt{e}}}{\mathbf{3\sqrt{3}}}$

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\binom{3n}{n}\cdot n!\cdot x^{n}}{n^n}$, $R=\frac{\mathbf{4e}}{\mathbf{27}}$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\binom{2n}{n}\cdot n!\cdot x^{n}}{n^n}$, $R=\frac{\mathbf{e}}{\mathbf{4}}$

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\binom{2n}{n}\cdot n!\cdot x^{2n}}{n^n}$, $R=\frac{\mathbf{\sqrt{e}}}{\mathbf{2}}$

5. Dla podanej liczby a wskazać liczby b i c o następującej własności: Dla każdego układu równań liniowych z trzema niewiadomymi, którego rozwiązaniami są $(1,2,3)$ oraz $(2,3,5)$, rozwiązaniem tego układu jest także (a,b,c).

a) $a=3$, $b=\mathbf{4}$, $c=\mathbf{7}$

b) $a=0$, $b=\mathbf{1}$, $c=\mathbf{1}$

c) $a=4$, $b=\mathbf{5}$, $c=\mathbf{9}$

d) $a=5$, $b=\mathbf{6}$, $c=\mathbf{11}$

6. Dla podanych liczb a i b wskazać liczbę c o następującej własności: Dla każdego układu równań liniowych jednorodnych z trzema niewiadomymi, którego rozwiązaniami są $(1,2,3)$ oraz $(2,3,5)$, rozwiązaniem tego układu jest także (a,b,c).

a) $a=4$, $b=1$, $c=\mathbf{5}$

b) $a=3$, $b=3$, $c=\mathbf{6}$

c) $a=5$, $b=7$, $c=\mathbf{12}$

d) $a=0$, $b=2$, $c=\mathbf{2}$

7. Podać zbiór rozwiązań nierówności.

a) $\log_2|\log_2\log_2 x| < 1$, $\left(\mathbf{\sqrt[4]{2}, 2}\right) \cup (\mathbf{2, 16})$

b) $\log_2\log_2|\log_2 x| < 1$, $(\mathbf{1/16, 1/2}) \cup (\mathbf{2, 16})$

c) $\log_2\log_2\log_2|\log_2 x| < 1$, $\left(\mathbf{2^{-16}, 1/4}\right) \cup \left(\mathbf{4, 2^{16}}\right)$

d) $\log_2|\log_2 x| < 1$, $(\mathbf{1/4, 1}) \cup (\mathbf{1, 4})$

8. Niech $z_1 = 7$ oraz $z_2 = 7i$. Dla podanej liczby zespolonej z_3 podać taką liczbę zespoloną z, aby $|z - z_1| = |z - z_2| = |z - z_3|$.

a) $z_3 = -5i$, $z = \mathbf{1 + i}$

b) $z_3 = 5i$, $z = \mathbf{6 + 6i}$

c) $z_3 = -3$, $z = \mathbf{2 + 2i}$

d) $z_3 = 3$, $z = \mathbf{5 + 5i}$

9. Dla podanej liczby r podać zbiór wszystkich takich liczb naturalnych $n > r$, że zbiór jednoelementowy $\{r\}$ z mnożeniem modulo n jest grupą.

a) $r = 11$, $n \in \{\mathbf{22, 55, 110}\}$

b) $r = 7$, $n \in \{\mathbf{14, 21, 42}\}$

c) $r = 8$, $n \in \{\mathbf{14, 28, 56}\}$

d) $r = 10$, $n \in \{\mathbf{15, 18, 30, 45, 90}\}$

10. W grupie cyklicznej rzędu 720

a) liczba elementów rzędu 8 jest równa **4**

b) liczba elementów rzędu 7 jest równa **0**

c) liczba elementów rzędu 10 jest równa **4**

d) liczba elementów rzędu 9 jest równa **6**

11. Kostka do gry jest spreparowana w ten sposób, że prawdopodobieństwo wyrzucenia szóstki jest równe p, a prawdopodobieństwa wyrzucenia pozostałych liczb oczek są równe. Niech $E(p)$ będzie wartością oczekiwaną liczby wyrzuconych oczek w pojedynczym rzucie tą kostką. Podać w postaci liczby całkowitej albo ułamka nieskracalnego lub dziesiętnego:

a) $E(1/3) = \mathbf{4}$

b) $E(1/4) = \mathbf{15/4} = \mathbf{3\frac{3}{4}} = \mathbf{3{,}75}$

c) $E(1/12) = \mathbf{13/4} = \mathbf{3\frac{1}{4}} = \mathbf{3{,}25}$

d) $E(1/5) = \mathbf{18/5} = \mathbf{3\frac{3}{5}} = \mathbf{3{,}6}$

12. Uzupełnić podane prawdopodobieństwa wiedząc, że zdarzenia losowe A, B i C są niezależne.

a) $P(A) = \mathbf{1/3}$ $P(B) = \mathbf{3/4}$ $P(C) = \mathbf{1/3}$ $P(A \cap B) = 1/4$

$P(B \cap C) = 1/4$ $P(C \cap A) = 1/9$ $P(A \cap B \cap C) = \mathbf{1/12}$

b) $P(A) = \mathbf{1/3}$ $P(B) = \mathbf{1/3}$ $P(C) = \mathbf{1/3}$ $P(A \cap B) = 1/9$

$P(B \cap C) = 1/9$ $P(C \cap A) = 1/9$ $P(A \cap B \cap C) = \mathbf{1/27}$

c) $P(A) = \mathbf{2/3}$ $P(B) = \mathbf{3/4}$ $P(C) = \mathbf{1/2}$ $P(A \cap B) = 1/2$

$P(B \cap C) = \mathbf{3/8}$ $P(C \cap A) = 1/3$ $P(A \cap B \cap C) = 1/4$

d) $P(A) = \mathbf{1/2}$ $P(B) = 1/3$ $P(C) = 1/4$ $P(A \cap B) = 1/6$

$P(B \cap C) = \mathbf{1/12}$ $P(C \cap A) = \mathbf{1/8}$ $P(A \cap B \cap C) = \mathbf{1/24}$