

EGZAMIN LICENCJACKI (zadania otwarte)
18 lutego 2016 r.

Zadanie **1.** Obliczyć wartość całki

$$\int_0^1 \int_x^{\sqrt{2-x^2}} x^4 - y^4 dy dx .$$

Zadanie **2.** Wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji

$$f(x, y) = x^3 + y^3$$

na okręgu

$$\{(x, y) : x^2 + y^2 = 2\} .$$

Wyznaczyć wszystkie punkty, w których wartości najmniejsza i największa są osiągane.

Zadanie **3.** Rozwiązać równanie

$$x'' + x = -3\sin(2t)$$

z warunkami początkowymi

$$x(0) = 0, \quad x'(0) = 2 .$$

Zadanie **4.** Dane są takie macierze kwadratowe A, B rozmiaru 7×7 o wyrazach rzeczywistych, że liczba 7 jest wartością własną macierzy AB . Dowieść, że liczba 7 jest także wartością własną macierzy BA .

Zadanie **5.** Podać przykład grupy nieabelowej (nieprzemiennej) rzędu 10 – dokładnie opisać zbiór elementów i działanie oraz uzasadnić, dlaczego jest to grupa i dlaczego jest ona nieabelowa.

Dla podanego przykładu grupy wyznaczyć liczby elementów rzędu 1, 2, 5 i 10.

Zadanie **6.** W każdym z poniższych zadań za punkt wyjścia bierzemy urnę, w której znajduje się dziewięć kul: trzy białe i sześć czarnych.

a) (2 punkty) Losujemy (bez zwracania) dwie kule. Obliczyć prawdopodobieństwo, że wylosowane kule są tego samego koloru.

b) (4 punkty) Losujemy (bez zwracania) trzy kule. Obliczyć prawdopodobieństwo, że wylosowane kule są tego samego koloru.

c) (6 punktów) Losujemy (bez zwracania) dwie kule. Okazuje się, że wylosowane kule są tego samego koloru. Obliczyć prawdopodobieństwo (warunkowe), że są to kule białe.

d) (8 punktów) Losujemy (bez zwracania) trzy kule. Okazuje się, że wylosowane kule są tego samego koloru. Obliczyć prawdopodobieństwo (warunkowe), że są to kule białe.