1. Podać granice ciągów.

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{2}{n}\right)^n=$ ....

b) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1-\frac{3}{n}\right)^n=$ ....

c) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{2n}\right)^n=$ ....

d) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{4}{n}\right)^{2n+128}=$ ....

2. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości rzeczywistych parametru p, dla których podany szereg jest zbieżny.

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(6p+11)^n$, ...

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(4p+5)^n$, ...

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(3p+2)^n$, ...

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(2p+1)^n$, ...

3. Niech f_n będzie funkcją określoną wzorem $f_n(x)=x-x^n$. Dla podanej liczby n podać punkt x_M, w którym funkcja f_n osiąga największą wartość na przedziale $[0,1]$.

a) $n=3$, $x_M=$ .... **b)** $n=2$, $x_M=$ ....

c) $n=5$, $x_M=$ .... **d)** $n=4$, $x_M=$ ....

4. Dla podanej macierzy wskazać taką wartość parametru p, aby wyznacznik macierzy był równy 0.

a) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 4 & 9 & 16 & 20 \\ 1 & 8 & 27 & 64 & 100 \\ 3 & 10 & 29 & 66 & p \end{pmatrix}$, $p=$ ....

b) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 4 & 9 & 16 & 20 \\ 1 & 8 & 27 & 64 & 100 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & p \end{pmatrix}$, $p=$ ....

c) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 4 & 9 & 16 & 20 \\ 1 & 8 & 27 & 64 & 100 \\ 2 & 6 & 12 & 20 & p \end{pmatrix}$, $p=$ ....

d) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 4 & 9 & 16 & 20 \\ 1 & 8 & 27 & 64 & 100 \\ 0 & 7 & 26 & 63 & p \end{pmatrix}$, $p=$ ....

5. Dla podanej liczby zespolonej z podać najmniejszą taką liczbę całkowitą dodatnią n, że z^n jest liczbą rzeczywistą dodatnią.

a) $z=-7+7i$, $n=$ .... **b)** $z=\sqrt{3}+3i$, $n=$ ....

c) $z=\sqrt{3}+i$, $n=$ .... **d)** $z=-\sqrt{3}+3i$, $n=$ ....

6. Niech $P(m,n)$ będzie polem figury $\{(x,y): x\in[0,1]\wedge x^n\leqslant y\leqslant x^m\}$. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(1/8,1/5)=$ .... **b)** $P(5,8)=$ ....

c) $P(2,3)=$ .... **d)** $P(1/3,1/2)=$ ....

7. Niech $C(a,b)=\int\limits_a^b \frac{x+1}{x^2+1}\,dx$. Podać wartości poniższych wyrażeń.

a) $C\left(0,\sqrt{3}\right)=$ ....

b) $C(-1,1)=$ ....

c) $C\left(1,\sqrt{3}\right)=$ ....

d) $C\left(1/\sqrt{3},\sqrt{3}\right)=$ ....

8. Dla podanej macierzy wskazać takie liczby a, b i c, aby rząd macierzy był równy 2.

a) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & a & b & c & 25 \end{pmatrix}$, $a=$ ...., $b=$ ...., $c=$ ....

b) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & a & b & 16 & c \end{pmatrix}$, $a=$ ...., $b=$ ...., $c=$ ....

c) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & a & 9 & b & c \end{pmatrix}$, $a=$ ...., $b=$ ...., $c=$ ....

d) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 4 & a & b & c \end{pmatrix}$, $a=$ ...., $b=$ ...., $c=$ ....

9. Zbiorem elementów grupy jest zbiór $\{0,1,2,3,4,5,6\}$, a działaniem jest dodawanie modulo 7. Dla podanego elementu g tej grupy podać element do niego odwrotny.

a) $g=6$, $g^{-1}=$ .... **b)** $g=4$, $g^{-1}=$ ....

c) $g=3$, $g^{-1}=$ .... **d)** $g=5$, $g^{-1}=$ ....

10. Zbiorem elementów grupy jest zbiór $\{1,2,3,4,5,6\}$, a działaniem jest mnożenie modulo 7. Dla podanego elementu g tej grupy podać element do niego odwrotny.

a) $g=6$, $g^{-1}=$ .... **b)** $g=5$, $g^{-1}=$ ....

c) $g=3$, $g^{-1}=$ .... **d)** $g=4$, $g^{-1}=$ ....

11. Rzucamy jednocześnie n monetami. Następnie zbieramy wszystkie monety, w których wypadł orzeł, i rzucamy nimi po raz drugi. Niech $E(n)$ będzie wartością oczekiwaną liczby monet, które teraz są zwrócone orłem do góry. Wówczas

a) $E(17)=$ .... **b)** $E(10)=$ ....

c) $E(12)=$ .... **d)** $E(16)=$ ....

12. Dane są dwie urny. W pierwszej urnie znajdują się dwie kule: jedna biała i jedna czarna. W drugiej urnie jest b kul białych i c czarnych. Dla podanej liczby b podać taką liczbę c, aby przy losowaniu kuli z losowo wybranej urny prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej było równe $1/3$.

a) $b=2$, $c=$ .... **b)** $b=5$, $c=$ ....

c) $b=10$, $c=$ .... **d)** $b=1$, $c=$ ....