

1. Podać zbiór rozwiązań nierówności.

a) $\log_4 x < 2$

b) $\log_2 x < -4$

c) $\log_4 x < -3$

d) $\log_3 x < 4$

2. Podać przedział zbieżności podanego szeregu potęgowego.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n x^n}{n^2}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-5)^n x^n}{n}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{\sqrt{n}}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n x^n$

3. Niech f będzie funkcją określoną wzorem $f(x) = x^{100} \cdot e^x$. Podać wartość pochodnej odpowiedniego rzędu funkcji f w zerze.

a) $f^{(101)}(0) = \dots\dots\dots$

b) $f^{(100)}(0) = \dots\dots\dots$

c) $f^{(103)}(0) = \dots\dots\dots$

d) $f^{(102)}(0) = \dots\dots\dots$

4. W miejsce kropek wpisać taką liczbę naturalną, aby powstała prawdziwa równość.

a) $\int_4^7 \frac{x dx}{x^2 - 5} = \ln \dots\dots\dots$

b) $\int_2^7 \frac{x dx}{x^2 - 1} = \ln \dots\dots\dots$

c) $\int_3^7 \frac{x dx}{x^2 - 4} = \ln \dots\dots\dots$

d) $\int_2^{10} \frac{x dx}{x^2 - 2} = \ln \dots\dots\dots$

5. Podać wartość całki podwójnej.

a) $\int_{-1}^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} 6 dy dx = \dots\dots\dots$

b) $\int_{-3-\sqrt{9-x^2}}^3 \int_{\sqrt{9-x^2}}^3 3 dy dx = \dots\dots\dots$

c) $\int_0^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} 4 dy dx = \dots\dots\dots$

d) $\int_0^4 \int_0^{\sqrt{16-x^2}} 2 dy dx = \dots\dots\dots$

6. Niech $z = 1 + \sqrt{3} \cdot i$. Podać część rzeczywistą potęgi liczby z :

a) $\operatorname{Re}(z^{14}) = \dots\dots\dots$

b) $\operatorname{Re}(z^{13}) = \dots\dots\dots$

c) $\operatorname{Re}(z^9) = \dots\dots\dots$

d) $\operatorname{Re}(z^{10}) = \dots\dots\dots$

7. Dla podanej macierzy wypisać jej wartości własne (z uwzględnieniem krotności).

a) $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 1 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 0 \\ 1 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 4 \\ 0 & 1 & 9 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & -2 \\ 0 & 1 & 9 \end{pmatrix}$

8. Dla podanych liczb a i b wskazać takie liczby c i d , aby wektory $(1, 2, 3, 4)$, $(2, 3, 5, 7)$ i (a, b, c, d) były liniowo zależne.

a) $a=4$, $b=100$, $c=.....$, $d=.....$

b) $a=3$, $b=100$, $c=.....$, $d=.....$

c) $a=2$, $b=10$, $c=.....$, $d=.....$

d) $a=1$, $b=10$, $c=.....$, $d=.....$

9. Permutacja zbioru $\{1, 2, 3, \dots, 2017\}$ jest złożeniem trzech cykli rozłącznych długości a , b i c . Podać rząd tej permutacji w grupie permutacji S_{2017} .

a) $a=6$, $b=10$, $c=15$,
.....

b) $a=3$, $b=4$, $c=6$,
.....

c) $a=2$, $b=3$, $c=4$,
.....

d) $a=4$, $b=6$, $c=10$,
.....

10. Dla podanej liczby k podać najmniejszą taką liczbę naturalną n , że w grupie permutacji S_n istnieje element rzędu k .

a) $k = 51, \quad n = \dots\dots\dots$

b) $k = 50, \quad n = \dots\dots\dots$

c) $k = 48, \quad n = \dots\dots\dots$

d) $k = 49, \quad n = \dots\dots\dots$

11. Niech $P(n, k)$ będzie prawdopodobieństwem, że przy n rzutach monetą wypadnie dokładnie k orłów. Dla podanej liczby k podać taką liczbę n większą od k , że $P(n, k + 1) = 2 \cdot P(n, k)$.

a) $k = 10, \quad n = \dots\dots\dots$

b) $k = 1, \quad n = \dots\dots\dots$

c) $k = 2, \quad n = \dots\dots\dots$

d) $k = 5, \quad n = \dots\dots\dots$

12. Zdarzenia A, B i C są niezależne, a każde z nich zachodzi z prawdopodobieństwem q . Niech $P(q)$ będzie prawdopodobieństwem, że zachodzi dokładnie jedno ze zdarzeń A, B, C . Wówczas:

a) $P(1/3) = \dots\dots\dots$

b) $P(2/3) = \dots\dots\dots$

c) $P(1/4) = \dots\dots\dots$

d) $P(1/2) = \dots\dots\dots$