

1. Podać w postaci przedziału zbiór wartości parametru  $p$ , dla których podany szereg jest zbieżny. Bardzo starannie pisać nawiasy określające przynależność końców do przedziału.

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(p-2)^n}{n}$ , .....

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2p+1)^n}{n}$ , .....

c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(p-3)^n}{n^2}$ , .....

d)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3p+1)^n}{n^2}$ , .....

2. Niech  $C(a, b)$  będzie zdefiniowane wzorem  $\int_a^b \frac{dx}{x^2+x} = \ln C(a, b)$ . Podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a)  $C(2, 4) = \dots\dots\dots$

b)  $C(1, 2) = \dots\dots\dots$

c)  $C(3, 9) = \dots\dots\dots$

d)  $C(2, 8) = \dots\dots\dots$

3. Niech  $f$  będzie funkcją określoną wzorem  $f(x) = x^2 \cdot e^x$ . Podać wartość pochodnej odpowiedniego rzędu funkcji  $f$  w zerze.

a)  $f^{(10)}(0) = \dots\dots\dots$

b)  $f^{(11)}(0) = \dots\dots\dots$

c)  $f^{(8)}(0) = \dots\dots\dots$

d)  $f^{(9)}(0) = \dots\dots\dots$

4. Podać granice ciągów.

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[6]{n^6 + n^5 + n^4} - n) = \dots\dots\dots$

b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[5]{n^5 + n^4} - n) = \dots\dots\dots$

c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[6]{n^6 + n^4} - n) = \dots\dots\dots$

d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[6]{n^6 + n^5} - n) = \dots\dots\dots$

5. Podać w postaci przedziału zbiór wartości rzeczywistych parametru  $p$ , dla których podane wyrażenie przyjmuje tylko wartości nieujemne przy  $x, y \in \mathbb{R}$ . Bardzo starannie pisać nawiasy określające przynależność końców do przedziału.

a)  $x^2 + pxy + y^2, \dots\dots\dots$

b)  $x^2 + pxy + 9y^2, \dots\dots\dots$

c)  $4x^2 + pxy + y^2, \dots\dots\dots$

d)  $4x^2 + pxy + 9y^2, \dots\dots\dots$

6. Niech  $z_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$  oraz  $z_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$ . Dla podanej liczby zespolonej  $z$  podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią  $n$ , dla której liczba  $z^n$  jest rzeczywista dodatnia.

a)  $z = 1 + z_2, \quad n = \dots\dots\dots$                       b)  $z = 1 + z_1, \quad n = \dots\dots\dots$

c)  $z = z_1 z_2, \quad n = \dots\dots\dots$                       d)  $z = z_1 + z_2, \quad n = \dots\dots\dots$

7. Dla podanej liczby  $a$  wskazać liczby rzeczywiste  $b, c, d, e$  o następującej własności: Dla każdego układu równań liniowych z pięcioma niewiadomymi, którego rozwiązaniami są  $(1, 2, 3, 4, 5)$  oraz  $(2, 3, 5, 7, 11)$ , rozwiązaniem tego układu jest także  $(a, b, c, d, e)$ .

a)  $a = 0, \quad b = \dots\dots\dots, \quad c = \dots\dots\dots, \quad d = \dots\dots\dots, \quad e = \dots\dots\dots$

b)  $a = 3, \quad b = \dots\dots\dots, \quad c = \dots\dots\dots, \quad d = \dots\dots\dots, \quad e = \dots\dots\dots$

c)  $a = 5, \quad b = \dots\dots\dots, \quad c = \dots\dots\dots, \quad d = \dots\dots\dots, \quad e = \dots\dots\dots$

d)  $a = 4, \quad b = \dots\dots\dots, \quad c = \dots\dots\dots, \quad d = \dots\dots\dots, \quad e = \dots\dots\dots$

8. Dla podanych liczb  $a, b$  wskazać liczby rzeczywiste  $c, d, e$  o następującej własności: Dla każdego układu równań liniowych **jednorodnych** z pięcioma niewiadomymi, którego rozwiązaniami są  $(1, 2, 3, 4, 5)$  oraz  $(2, 3, 5, 7, 11)$ , rozwiązaniem tego układu jest także  $(a, b, c, d, e)$ .

a)  $a = 1, \quad b = 7, \quad c = \dots\dots\dots, \quad d = \dots\dots\dots, \quad e = \dots\dots\dots$

b)  $a = 10, \quad b = 1, \quad c = \dots\dots\dots, \quad d = \dots\dots\dots, \quad e = \dots\dots\dots$

c)  $a = 1, \quad b = 10, \quad c = \dots\dots\dots, \quad d = \dots\dots\dots, \quad e = \dots\dots\dots$

d)  $a = 1, \quad b = 1, \quad c = \dots\dots\dots, \quad d = \dots\dots\dots, \quad e = \dots\dots\dots$

9. Zbiorem elementów grupy jest zbiór  $\{1, 2, 3, \dots, 22\}$ , a działaniem jest mnożenie modulo 23. Dla podanego elementu  $g$  tej grupy podać element do niego odwrotny.

a)  $g = 5, \quad g^{-1} = \dots\dots\dots$                       b)  $g = 3, \quad g^{-1} = \dots\dots\dots$

c)  $g = 2, \quad g^{-1} = \dots\dots\dots$                       d)  $g = 4, \quad g^{-1} = \dots\dots\dots$

